

次世代物理学研究拠点
大強度陽子加速器施設における
仮想加速器の構築

広島大学大学院理学研究科物理学専攻

クォーク物理学研究室

M042859 原田寛之

平成 18 年 2 月 10 日

概要

原子核・素粒子物理学の次世代研究拠点施設 J-PARC は、3 GeV 1 MW、50 GeV 0.75 MW、の大強度陽子ビームを最大の特長とする。この大強度ゆえに、加速器の立上・調整・初期運転時には未曾有の困難が予想される。特に J-PARC の心臓部である 3 GeV シンクロトロン(RCS)では、加速器機器の放射化により保守が不可能となる事態を避けるため、許容されるビーム損失は厳しく制限されている。この最大許容ビーム損失率は 10^{-3} 程度と通常の加速器と比較しても極めて低く、損失率の抑制が最大の課題となる。ビーム損失抑制と目標出力実現に向けた戦略として、加速器制御端末から見て実加速器と同等な仮想加速器を計算機上に構築し、この仮想加速器を組み込んだ新たな実加速器制御モデルを確立し、新たな制御モデルに基づく実加速器立上・調整(コミショニング)を推進する。仮想加速器に基づく制御モデルの概念図を図 1 に示す。制御サーバーの下に仮想加速器を実加速器と並列に配し、大強度ビームに起因する非線形効果などの定量的評価に不可欠な数値的模擬計算を加速器制御系に組み入れ、仮想運転と仮想ビーム診断を実時間でを行い、実加速器の不適切な制御によるビーム損失の事前防止を目指す。

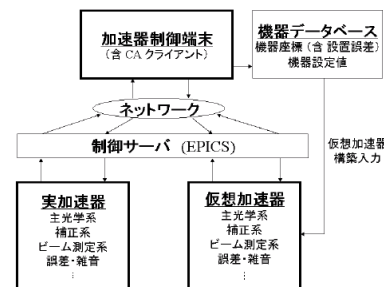


図 1. 仮想加速器に基づく制御モデル

本研究では、仮想加速器に基づく制御モデルの構築と実加速器コミショニングシナリオの作成を行った。まず、計算コードでモデル化された仮想加速器と制御プロトコル EPICS を用いて、仮想加速器の基本制御モデルを構築した。この EPICS は、ネットワーク分散型制御システムという特徴を持ち、実加速器の制御システムにも使用する。仮想加速器を加速器制御系に組入れることで、実加速器と仮想加速器を実時間で直接比較可能となった。これは、設計値とのずれの起源の同定および各誤差の見積もりを可能とする。実加速器コミショニングにおいて、これらの各誤差の補正は、目標出力 1MW の実現に必須であり、加速器運転における大きな課題である。シナリオ作成に伴い、加速器における様々なビーム診断の指針であるオプティクスパラメータの測定を検証した。まず、実加速器と同様のビーム診断を行うために、有限な分解能を持つビーム位置検出器、ベータトロン振動との共鳴を利用して強制的に横方向の振動を与えるエキサイター、周波数で制御を行う高周波加速空洞を仮想加速器内に実装した。加えて、仮想加速器を用いて実加速器と同様の手法を模擬して、初期運転時のビーム条件を用いたベータトロン振動数、スリッページファクター、クロマチシティの測定手法を確立し、成立性を確認した。また、ビーム損失の起源を同定し、補正シナリオを作成し、仮想加速器で評価を行った。その結果、実加速器における補正手法を確立した。

目次

第 1 章 序論

- 1.1 節 研究背景
- 1.2 節 研究目的
- 1.3 節 本論文の構成

第 2 章 仮想加速器を用いた制御モデル

- 2.1 節 仮想加速器
- 2.2 節 仮想加速器に基づく加速器制御システム
 - 2.2.1 EPICS による加速器制御
 - 2.2.2 EPICS PCAS を用いた仮想加速器の制御システムの構築
- 2.3 節 仮想加速器の構築
 - 2.3.1 RCS の概要と設計パラメータ
 - 2.3.2 ビーム位置検出器 (Beam Position Monitor, BPM) の実装
 - 2.3.3 エキサイターの実装
 - 2.3.4 高周波加速空洞の実装

第 3 章 RCS における仮想加速器を用いた光学パラメータ測定

- 3.1 節 ベータトロン振動数測定
 - 3.1.1 ベータトロン振動の共鳴
 - 3.1.2 RCS におけるベータトロン振動数の測定
- 3.2 節 スリッページファクター測定
 - 3.2.1 スリッページファクター
 - 3.2.2 RCS におけるスリッページファクターの測定
- 3.3 節 クロマティシティ測定
 - 3.3.1 運動量の違いによる色収差 (クロマティシティ)
 - 3.3.2 RCS におけるクロマティシティの測定

第 4 章 六極電磁石によるクロマティシティ補正と 3 次共鳴補正

- 4.1 節 クロマティシティ補正とダイナミックアパーチャ解析
- 4.2 節 ベータトロン振動数の 3 次共鳴の補正

第 5 章 まとめと考察

第 6 章 結論と展望

謝辞

付録

参考文献

1.1節 研究背景

1932年にCockcroftとWaltonが陽子を加速し、はじめて元素の人工壊変を行って以来、加速器は、原子核・素粒子実験に必要不可欠なものとなった。特に最近では、加速器のビームを標的に衝突させ、それにより発生した二次粒子を利用した研究に注目が集まっている。その例として、加速された陽子ビームを標的に衝突させて発生させる中性子は、クーロン力による散乱が生じないために、物質の内部の情報を直接得ることができ、物質・生命科学の研究分野で利用されている。また、加速したビームを標的に衝突させて発生させる中間子は、崩壊によりニュートリノ粒子を放出する。この粒子に対する研究も近年急速に発展しており、日本ではスーパーカミオカンデと呼ばれるニュートリノ検出器で観測されるニュートリノ振動の研究が世界的に注目を集めている。

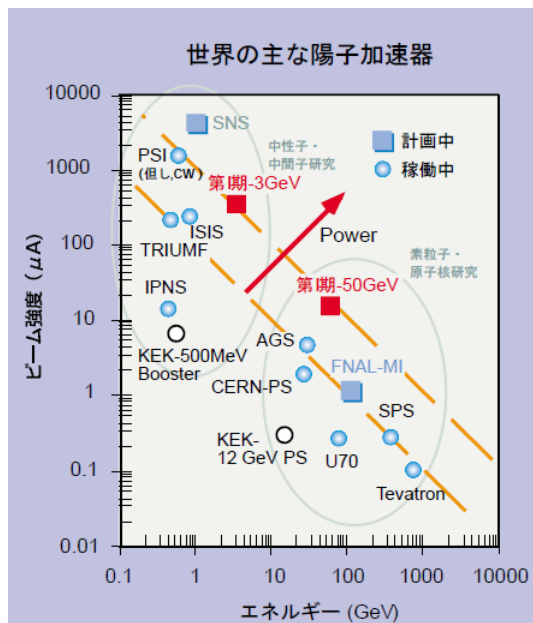


図1.1 世界の主な陽子加速器

このような二次粒子ビームをこれまでになく安定かつ大強度で実現することを目的として、現在、日本原子力研究開発機構(JAEA)と高エネルギー加速器機構(KEK)が共同でJAEA 東海研究開発センター原子力科学研究所(東海村)において、大強度陽子加速器 J-PARC (Japan Proton Accelerator Research Complex) 加速器を建設しており、2008年1月より施設稼働を開始する[1]。このような大強度ビームを目的とした加速器は、現在世界中で研究開発が進んでおり、米国オークリッジ国立研究所のSNS加速器がビーム試験ならびに建設を行っている。また、米国ブルックヘブン国立研究所のAGS加速器なども大強度加速器への転換を計画している。世界の主な陽子加速器を図1.1に示す。

図1.2にJ-PARC計画の施設の概要を表す[2]。線形加速器(リニアック)、3GeVシンクロトロン(RCS)、50GeVシンクロトロン(MR)の3器の加速器から構成されている。その他には、物質・生命科学、原子核・素粒子、ニュートリノ、核変換の実験施設が存在し、世界最高クラスの大強度陽子ビームを各実験施設に供給し、最先端の実験に利用する。



図 1 . 2 J-PARC 加速器施設と利用実験施設の概要図

この J-PARC 加速器の心臓部である RCS は、従来の加速器と比較して一桁大きな出力 1MW のビームパワーを目指しており、加速つまりエネルギーの増大に連れて電磁石の励磁量を変化させるパルス運転の陽子加速器としては未体験の出力領域である。この 1MW のビームパワーの実現がいかに挑戦的な課題であるかを理解するために、RCS と米国ブルックヘブン国立研究所の AGS 加速器を比較する。AGS は現在稼働中の加速器の中では比較的大強度ビームを実現している陽子シンクロトロン加速器の 1 つである。比較値などを表 1 . 1 にまとめた。RCS の特色は高い繰返し率 25Hz と大電流 333 μ A である。RCS では陽子を 0.181GeV で入射してから 20ms という短い時間で 3GeV まで加速し、物質・生命科学施設と 50GeV シンクロトロンにビームを供給する。今までにない大出力の実現には、ビーム損失が大きな課題となる。ビーム損失は各機器の放射化を生じ、ビームパワーを制限する。加速器機器の放射化により保守が不可能となる事態を避けるため、J-PARC RCS における許容されるビーム損失割合は 10^{-3} 程度と通常の加速器と比較しても極めて低く、ビーム損失抑制が最大の課題となる。ビーム損失は様々な要因で引き起こされる。その一例が空間電荷効果によるビーム損失である。RCS の様な大強度ビームでは空間電荷効果が大きいため、ビーム内の粒子が互いに発散することで四極電磁石による収束力が減少し、その結果ビームは損失する。そこで RCS では、この空間電荷効果を緩和するため、ビーム口径を大きくし、その大きなビーム口径内に満遍なく粒子を入射する手法を用いる。この手法をペインティングと呼ぶ。しかしながら、ビーム口径の増大によって、非線形磁場成分の増大やもれ磁場による互いの磁場の干渉といった問題が生じる。これはビーム不安定性をもたらし、ビーム損失の新たな要因となる。加えて従来のシンクロトロン加速器と同様に、

各機器の設置誤差や磁場誤差の影響についても対応しなければ、安定にビームを周回させることができない。このように、ビーム損失による放射化を抑え、出力 1MW のビームパワーを実現するには、今までの加速器と比較して対応しなければならない要素が多く存在する。これらの要素を考慮した計算ならびに補正を行うことが、RCS においてビームを安定に周回および加速させるためには不可欠である。

	AGS	RCS
入射エネルギー	1.2 GeV	0.181/0.4 GeV
出射エネルギー	24 GeV	3.0 GeV
繰返し率	0.25 Hz	25 Hz
平均電流	6 μ A	200/333 μ A
出力パワー	0.14 MW	0.6 / 1 MW

表 1 . 1 AGS と RCS の主なパラメータの比較表

1 . 2 節 研究目的

前節でも述べたように、J-PARC における RCS は、大出力 1MW を目指しているが、実現への技術課題としてビームを不安定にする要素が数多く存在する。

この目標の実現に向けた具体的な策として、これまでの経験に依存した加速器運転に代わり、実際の加速器(以下、実加速器と呼ぶ)を計算機上で再現した仮想の加速器(以下、仮想加速器と呼ぶ)を用いて、実加速器の調整・運転を行う制御システムを新しく考案する。以下、このシステムを仮想加速器システムと呼ぶ。図 1 . 3 に示すように、運転者からは制御サーバーなどの接合部分の下に、並列に実加速器と仮想加速器が並んで見え、運転者は双方とも同様に運転を行えるシステムである。実加速器をより忠実に反映した仮想加速器の構築と仮想加速器を用いた実加速器の調整が仮想加速器システムの最終目標である。この仮想加速器の機能として、主に以下の 2 つを挙げる。

< 仮想加速器の機能 >

- 1 . 実加速器と同様の光学パラメータの測定によるビーム診断と様々なパラメータの補正
- 2 . 設定光学パラメータに対する最適な各電磁石の設定磁場値(外部集束系)の計算

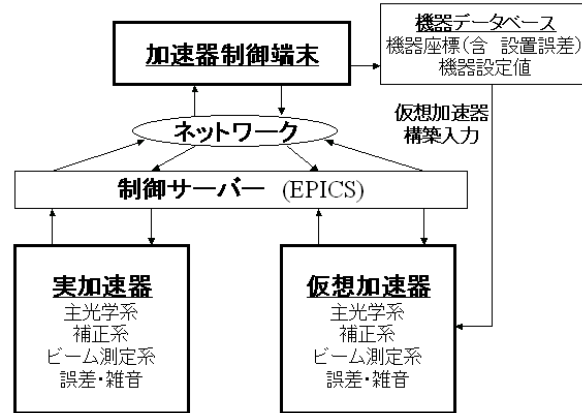


図 1 . 3 仮想加速器システム

本研究の目的は、

- 1 . 機能 1 を備えた仮想加速器の基本モデルの構築
- 2 . 機能 1 によるビーム損失抑制に向けた実加速器調整シナリオの作成

である。

目的 1 を達成するため、仮想加速器の基本モデルの構築と機器の仮想加速器への実装を行う。

目的 2 を達成するため、加速器におけるビーム診断の指針である様々な光学パラメータの測定手法の確立とビーム損失起源の補正手法の確立を行う。

1 . 3 節 本論文の構成

本論文は、第 6 章から成り、第 1 章の序論に引き続き、第 2 章では仮想加速器システムの説明し、システムの構築と機器の実装を述べる。第 3 章では、仮想加速器で模擬した各光学パラメータの測定手法と結果を述べ、測定手法の成立性について言及する。第 4 章では、クロマチシティと 3 次共鳴の補正シナリオを述べ、第 3 章で確立した測定手法を用いて補正手法を検討する。第 5 章で仮想加速器の構築と調整シナリオに関してまとめと考察をし、第 6 章で結論と展望を述べる。

第2章 仮想加速器を用いた制御モデル

2.1節 仮想加速器

従来の加速器におけるシミュレーターは、理想的な機器設定値を入力パラメータとし、理想的なビームパラメータを計算するものであった。これを発展させ、現実の機器固有の様々な誤差や出力信号を模擬し、実際の機器の設定値を入力パラメータとする。そして計算結果として、モニタの出力信号を得るようなシミュレーターを仮想加速器と呼ぶ。各機器の設置誤差や磁場誤差、ビーム位置測定器（モニタ）の分解能などを仮想加速器に実装し、加えて温度変化、気圧等の外乱に対する応答関数の変化も実装することにより、実加速器を仮想加速器へと反映したと言える。また、制御アプリケーションからネットワークを介して、入力設定値をオンラインで仮想加速器に設定し、計算結果(モニタ値)をオンラインで得るといった、機器制御と同様の通信方法を使用する。このように、実加速器と仮想加速器の制御に同じ制御インターフェイスと通信方法を使用することで、測定結果と計算結果を直接比較することが可能となる。また、この仮想加速器で仮想運転を行うことで、ビームなし、つまり実加速器での運転なしでも、制御系アプリケーションとインターフェイスの構築および試験が可能となる。

このように実加速器を忠実に反映した理想的な仮想加速器を構築し、実加速器における調整および運転ツールとして使用し、しいては実加速器調整および運転の自動化を行うことが本研究の最終目標である。また、実加速器と同様の機器制御とモニタなどを実装することで、実加速器における調整シナリオの作成にも有益なツールである。

2.2節 仮想加速器に基づく加速器制御システム

大強度ビームを用いる RCS では、加速器機器の放射化により保守が不可能となる事態を避けるため、許容されるビーム損失割合は 10^{-3} 程度と通常の加速器と比較しても極めて低く、手計算や直感による機器の設定値の変更は許されない。ゆえに、設定値が正しいと判断する基準と判断手法を確立することが重要となる。そこで、加速器機器の設定値を変更する際、2.1節で述べた仮想加速器に軌道を計算させ、ビームの振舞いに問題がない、もしくはビーム損失が許容値以内であることを確認してから、実際の機器に設定し、運転を行うといった手法を考案する。

目標とする制御システムを図2.1に示す。このシステムは、制御プロトコル(EPICS)の下に仮想加速器を実加速器と並列に配し、制御パネル内にあるスイッチにより、実運転と仮想運転を切り替えることを可能とする。EPICS の機能および EPICS を用いた加速器制御に関しては、次節で述べる。そして、この制御パネル内の各装置の設定値は、ネットワークを介して、実加速器および仮想加速器の各機器へと設定される。これにより、実加速器の機器制御と同様の制御系アプリケーションと通信方法で仮想加速器制御が可能となる。

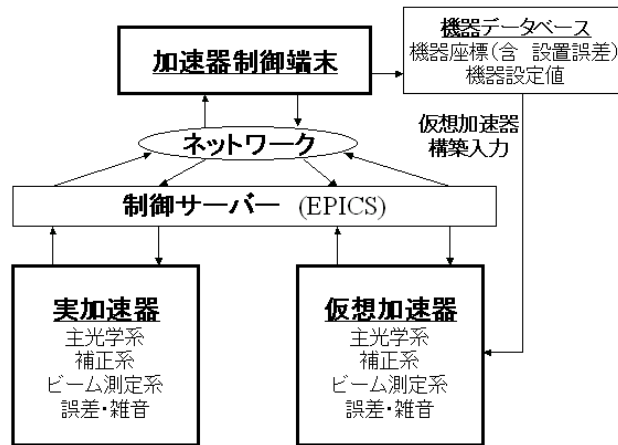


図2.1 EPICSを用いた仮想加速器システム

各機器の位置座標・設置誤差や各磁石の磁場分布を保存した機器データベースから、各計算コードの入力ファイルを作成することで各種誤差の実装を可能とする。加えて、このシステムは実加速器の追従という機能を果たす。従来の加速器でもある条件下で、電磁石の励磁量などの計算は行っている。常に実加速器と同じ条件を持つことが重要であり、仮想加速器の本質として挙げられる。

現在統合予定の計算コードとその特徴は以下である。

SAD :

加速器の設定オプティクスパラメータから各電磁石の最適な設定磁場値の計算、単粒子周回計算

Simpsons :

空間電荷効果による相互作用、加速過程、時間情報を組み込んだ多粒子周回計算

MARS / STRUCT :

ビーム損失による放射化の計算、二次粒子の計算

現在、上記のコードのうち SAD のみが実装されており、その他のコードの統合が必要である。この SAD には空間電荷効果による相互作用や、加速過程を組み込んだ多粒子周回計算機能がない。ビーム強度が大きくなると、ビームの運動はそれを構成する粒子の単なる集合ではなくなり、互いの相互作用つまり空間電荷効果を考慮しなければいけない。また、加速過程ではエネルギーが時間変化し、ビームの振る舞いや各電磁石の励磁量も変化する。これらの効果を反映しなければ、実加速器と同様のビームの振る舞いを模擬することは不可能である。この問題は、Simpsons というコードを実装することで解決されるが、このコードによるこれらの効果を含んだ計算は、 10^5 粒子、 1.5×10^4 周の計算では数ヶ月の計算時間を費やしてしまう。これらの計算をどのようにモデル化して導入するかは今後の課題である。また、ビーム損失による放射化の計算を MARS / STRUCT の計算コードで行う予定である。

2.2.1 EPICS による加速器制御

EPICS(Experimental Physics and Industrial Control System)は、加速器や大型測定装置、大型望遠鏡などに使われる分散型制御システムを開発するために必要なソフトウェア開発環境とアプリケーションであり、米国アルゴン国立研究所(ANL)およびロスアラモス国立研究所(LANL)によって開発が開始された。現在 EPICS は、ANL や LANL に加えて、米国ローレンスバークレイ国立研究所(LBNL)や高エネルギー加速器機構(KEK)などの各研究機関により国際共同研究で開発が進められている。また、日本国内でも加速器関係の研究機関のみならず、天文関係などで EPICS が使用されている。EPICS によるネットワーク分散型制御システムを図 2.2 に示す。これは、ネットワークによって、分散したりリモートの各装置が一つのアプリケーションで制御される図を示している。サーバーおよび制御端末 PC は、ネットワークを介して、各装置に対応した制御計算機である IOC(Input / Output Controller)へデータの書き込みおよび読み出しが可能であり、設定値は IOC から各装置へと設定され、装置からのデータは IOC から読み出される。

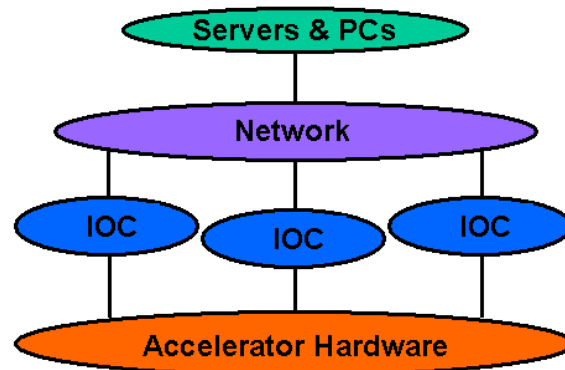


図 2.2 ネットワークによる分散型制御システム (EPICS)

加速器におけるハードウェア制御として、加速器に分散配置された電磁石、電磁石電源、高周波発生装置、真空機器、各種のビーム状態診断装置(モニタ)などを制御端末から、IOCを通じて監視・制御しなければならない。また、制御対象となる機器(電源など)は様々な手段で IOC と情報をやり取りする。大きく分類すると、以下の二つが挙げられる。

(1) 直接の電気信号による制御

機器が電気信号の ON/OFF や、電圧信号によって制御可能な機器である場合には、DI/DO(digital Input/Output)や ADC(Analog to Digital Converter) / DAC(Digital to Analog Converter)装置を IOC に接続することで、これらの機器を制御する。

制御計算機には VME、CAMAC、LINUX といった国際標準に基づいてモジュール化された装置が使用される。

(2) コマンド通信による制御

特定の通信方法で機器とコマンドをやり取りすることで制御できる機器もある。これら

の機器の場合には、IOC にはこの通信方法で通信を行うためのモジュールが設置される。

このように異なったハードウェアの制御を同じアプリケーションで行うために、EPICS をソフトウェアの基盤において、加速器の制御システムを構築する。EPICS は、以下の3つの機能から構成され、これらの機能を使用したシステムの簡略図を例として図2.3に示す。

1. 制御計算機上の制御ソフトウェアのための基本機能(EPICS server + EPICS database)
2. 制御計算機と中央制御計算機との間の通信規約(Channel Access protocol)
3. 中央制御計算機上の端末で使用する汎用制御アプリケーション(Channel Access Client)

制御アプリケーション(Operation Interface, OPI)は、オペレーションパネル(GUI)と Channel Access Client (CA クライアント)によって構成される。この CA クライアントは、Channel Access protocol (CA プロトコル)を持ったネットワークを介して、あるチャンネルに値の書き込みや読み出しを行う機能である。GUI で設定された各電磁石の設定電流値などは、ネットワークを介して対応した IOC 内に構築された、メモリ上のランタイム・データベースの中に存在するチャンネルへと設定される。これによって、各機器へのデータの書き込みおよび読み出しは、EPICS チャンネルを介して、機器種類によらず一つのアプリケーションで行うことが可能となる。加えて、CA クライアントには、各チャンネルの読み出し値の変化を自動的に通知するイベント通知機能が備わっており、ネットワークを介して、各装置を監視することが可能となる。この EPICS を用いた制御システムの例として、KEKB 加速器における制御システムでは約100台の IOC と約28万点の制御信号より各装置を制御・監視している。

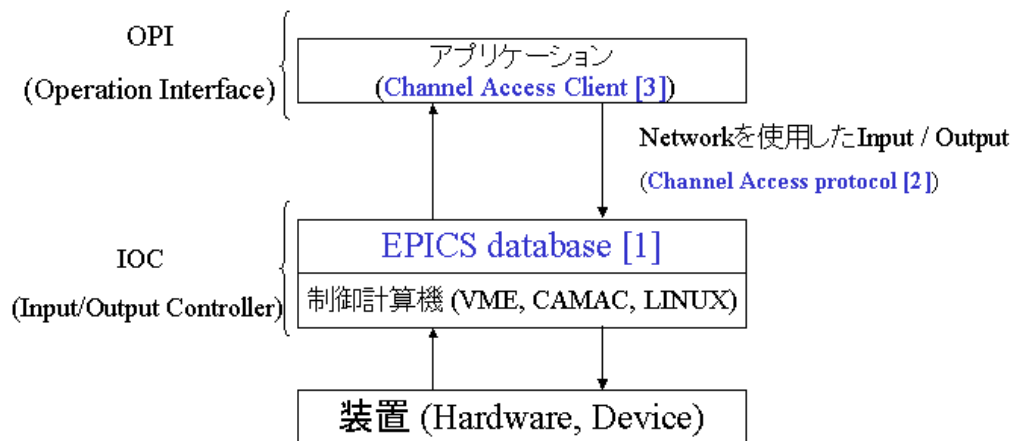


図2.3 EPICSの機能を用いた装置の制御システム

また、EPICSのChannel Access Serverは通常IOCとして構築するが、Portable Channel Access Server (PCAS)というサーバツールも存在する。このPCASは通常のIOCと同様にEPICSデータベースを持つが、ソフトウェアレコードのみを持つことが可能である。また、装置の制御機能を持っておらず、機能限定でコンパクトなプログラムであるため、他機能の付加や応用が容易である。

2.2.2 EPICS PCAS を用いた仮想加速器の制御システムの構築

本研究では、制御システムを構築するためのソフトウェアのツールキットである EPICS の Channel Access の機能を、計算機上に構築された加速器モデル(仮想加速器)に加えることで、制御アプリケーション(操作パネル、GUI)から PCAS を介して仮想加速器で仮想運転を行うシステムを構築した。構築したシステムにおける制御パネルと PCAS と仮想加速器の関係を図 2.4 に示す。この PCAS は、各チャンネル名に対応して、メモリ上にデータベースがあり、CA クライアントの機能を使用して、ネットワーク越しに各チャンネルにデータの書き込みおよび読み出しを行うことができる。

例として、図 2.5 に操作パネルを示す。オペレーターは、そのパネルで各四極電磁石の設定磁場値を入力することができ、PCAS を介して仮想加速器へと設定される。そしてオペレーターは、仮想運転による各モニタでの測定値を、PCAS を介して周回ごとに得ることができる。ここで、PCAS には各電磁石やモニタに対応したチャンネル名が用意されており、CA クライアントの機能を使って、チャンネル名を指定し書き込みおよび読み取りを行う。

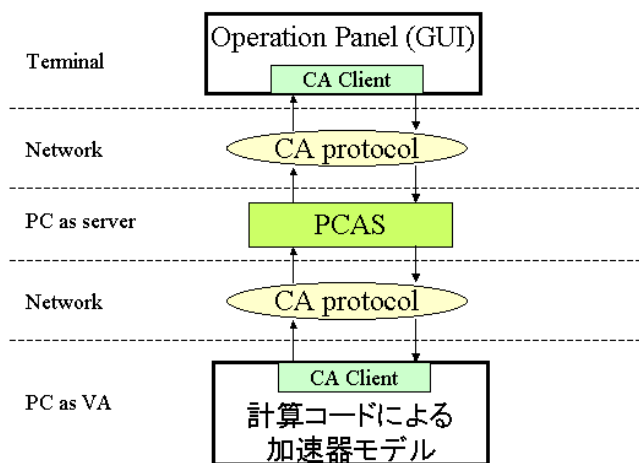


図 2.4 EPICS PCAS を用いた仮想加速器の制御システム

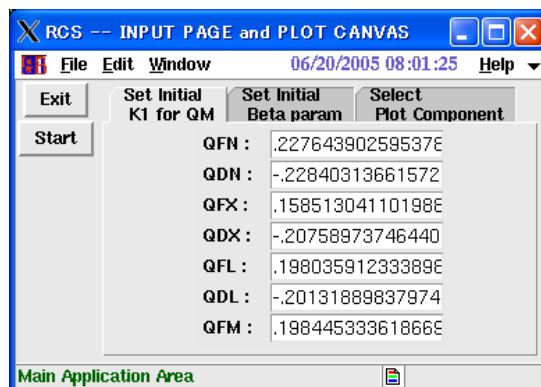


図 2.5 四極電磁石の設定磁場値を入力するオペレーションパネル

2.3節 仮想加速器の構築

2.3.1 RCS の概要と設計パラメータ

RCS はリニアックから 181MeV (のちに 400MeV にアップグレードされる予定) の負水素イオンを入射し、荷電変換薄膜で 2 つの電子を剥ぎ取り、陽子に変換する。その陽子は、リング内を約 1.5×10^4 回周回し 3GeV まで加速され、物質・生命科学実験施設(Materials and Life Science Experimental Facility, MLF)と 50 GeV シンクロトロン(Main Ring, MR)へ出射される[2]。RCS は周長 348.333m の 3 回対称性をもつ “おむすび型” のリングであり、入射エリア、出射エリア、加速エリアの 3 つのエリアからなる。J-PARC RCS の周回リングを図 2.6 に示す。

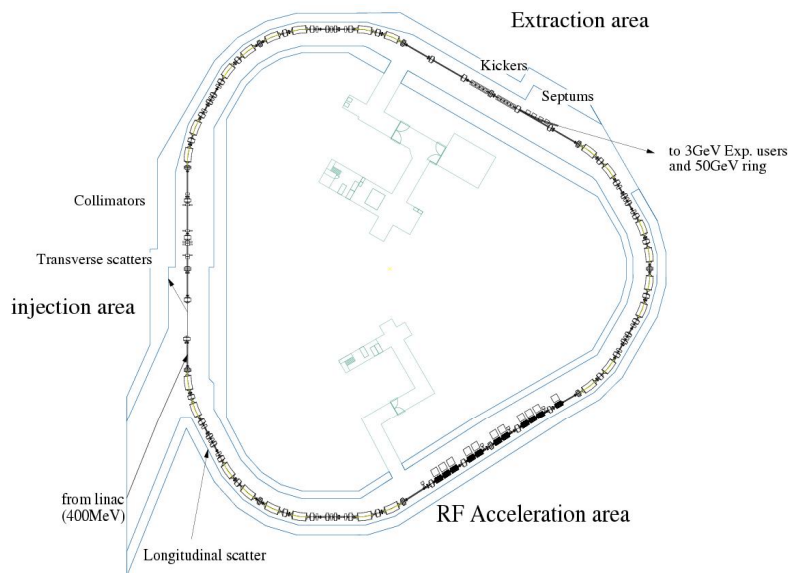


図 2.6 RCS の構成図

シンクロトロン加速器において、ビームを入射、周回、出射を行うために、様々な種類の電磁石が用いられる。RCS では、まず主電磁石として、24 台の偏向電磁石(Bending Magnet, BM)、60 台の四極電磁石(Quadrupole Magnet, QM)があり、BM は曲線部、QM はリング全周にわたり設置される。BM はビームを偏向させるために使われる。QM はビームを収束および発散させ、閉軌道の周りを安定に振動(ベータトロン振動と呼ばれる)させるための磁石である。

これらの主電磁石に加えて、色収差(クロマチシティ)補正のために 18 台の六極電磁石と、軌道補正のための 54 台の補正電磁石が用いられる。ビームはエネルギーの広がりを持っており、そのエネルギーの違いは QM による収束および発散力の違いをもたらす。つまり、粒子によって異なるベータトロン振動数を持つことになる。前者は、このベータトロン振動数の広がりを補正し、エネルギーによらず一定のベータトロン振動数にするための

ものである。後者は、磁場誤差や各電磁石の設置誤差により生じる閉軌道のずれを補正するためのものである。

ここで、RCSのパラメータを表3.1に示す。RCSは定常運転では、リニアックからエネルギー181MeV、横方向エミッタンス6 mm-mrad、ピーク電流30 mAのビームを入射時間500 μsで240パルスを、空間電荷密度を極力抑えるため有効アパーチャ全体に粒子を一様に分布させて入射する(ペインティング)。ビームの運動はAPPENDIX Aで示すように、ビームの位置と傾き(運動方向)で記述することができる。この位置と傾きで表す空間を位相空間と呼ぶ。エミッタンスとはこの位相空間でビームの占める面積を意味するものである。また、ビームが通過可能な領域は486 mm-mradであり、ビーム損失個所を局在化して局所遮蔽を行うために、ビームの通過する領域を他の個所よりも小さくした324 mm-mradのコリメータを設置する。この装置より、ビーム損失の98%はビームコリメータで損失し、RCSの全周での損失は2%に抑える。ビームコリメータの部分は放射化が大きいため、鉄やコンクリートの遮蔽体で覆い、他の装置および作業時の放射被爆が少なくなるよう設計している。

パラメータ	定常運転	初期運転
	値	値
周長	348.333 m	348.333 m
平均半径	55.44 m	55.44 m
入射エネルギー	0.181/0.4 GeV	0.181 GeV
出射エネルギー	3.0 GeV	3.0 GeV
周回時間		
入射時	2.131/1.629 μs	2.131 μs
出射時	1.196 μs	1.196 μs
繰返し率	25 Hz	0.1 Hz
平均電流	333 μA	0.014 μA
ピーク電流	30 / 50 mA	5 mA
入射パルス	240 / 308	24
入射時間	500 μs	50 μs
横方向エミッタンス		
入射ビーム	4 - 6 mm-mrad	6 mm-mrad
ペインティング	216 mm-mrad	なし
コリメータ	324 mm-mrad	なし
真空パイプ	486 mm-mrad 以下	486 mm-mrad 以下

表2.1. RCSの主なパラメータと初期運転時パラメータ

初期運転時は、電磁石の極性の違いや電源の入力間違いなどの様々な要因のために、コリメータ以外でのビーム損失が想定される。このビーム損失による機器の放射化を避けるため、定常運転(ピーク電流 30 mA)より弱電流(ピーク電流値 5 mA)のビームを使用する。また、初期運転時には様々な運転パターンが想定され、本研究では高周波加速空洞による加速を行わず、かつ全電磁石の励磁量を時間変化させずに行うストレージモード運転を想定して周回計算を行った。これは、全電磁石の励磁量に時間変化がないため、時間変化による様々な誤差が含まれない。そのため、各種光学パラメータの測定や軌道の確立に適していると言える。

RCS ではビーム損失を抑え、安定した運転を行うため、各種オプティクスパラメータを測定する様々なモニタも配置されている。その種類はビーム位置検出器(BPM)、マルチワイヤモニタ、ビームプロファイルモニタ、電流モニタ、ビーム損失モニタ、壁電流モニタなど多種多様で、その台数も最も多い BPM、ビーム損失モニタではそれぞれ 50 台を超える。

本研究では、この初期運転時のストレージモード運転におけるビーム診断と各種調整パラメータの測定を対象として仮想加速器の構築を行い、それをを用いた検証を通し、調整シナリオの作成を行った。以下 2.3.2 ~ 2.3.4 節では、各種光学パラメータの測定検証を行う上で、最も重要となる BPM による測定システム、またその測定に必要となる機器であるエキサイター、高周波加速空洞のモデル化と仮想加速器への実装について説明する。

2.3.2 ビーム位置検出器 (Beam Position Monitor, BPM) の実装

ビームの重心位置を測定するためのモニタはビーム位置検出器 (BPM と略す) と呼ばれる。RCS では全周にわたり 54 箇所配置する。この BPM は静電誘導ピックアップ型であり、ビームが BPM を通過した際に BPM の 4 つの電極に誘起される電圧の非対称性より、ビームの重心を測定する。例としてトリスタン AR における BPM を図 2.7 に示す[4]。磁場のエラーなどのない、理想的な加速器ではビームの重心が通過する位置は各電磁石の中心でレファレンス軌道上であるが、電磁石の磁場誤差、設置誤差などにレファレンス軌道からずれた位置を通る。これを BPM で測定し、補正電磁石の励磁量を調整することにより、設計軌道上に近づける。このような補正は、閉軌道のずれの補正 (Closed Orbit Distortion Correction, COD Correction) と呼ばれる。これは、BPM の重要な役割の一つである。また測定された重心の運動には様々な情報が含まれ、その時間変化などを解析することで、その他の様々な光学パラメータを求めることができる。

本研究では、ビーム重心を測定する BPM のモデル化と実装を行った。実加速器においては 10^{13} 個もの陽子が加速器の中を周回するが、仮想加速器内の仮想ビームでこのような数の粒子を周回することは不可能である。そこでいくつかの実粒子を電荷量の大きな 1 つの粒子としてまとめることで、仮想粒子数を現実的な時間で周回計算できる水準まで減らしている。これらの仮想粒子をマクロ粒子と呼んでいる。現時点ではまだ空間電荷力の効果を導入しておらず、マクロ粒子数は 1000 ~ 10000 程度を使って周回計算を行っている。実装すべき BPM は、仮想加速器でこのようなマクロ粒子群を周回した際にその重心を出力する機能が必要となる。また、実際の加速器における BPM の測定精度は、主電磁石や高周波加速空洞などの周辺雑音により、ゆらぎを生じる。また RCS で必要となる BPM は既存のものと比較すると 2 ~ 3 倍大きく、これに起因する測定限界やビーム電流強度による分解能の違いなど、測定精度に制限を与える要因が多数存在する。そこで、これらの測定限界を一括し、分解能として仮想 BPM に実装した。

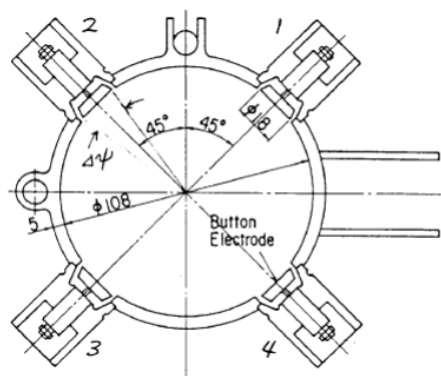


図 2.7 静電誘導ピックアップ型 BPM (トリスタン AR)

2.3.3 エキサイターの実装

エキサイターとは、電極に帯域制限白色ノイズをかけ、ベータトロン振動との共鳴を利用して強制的に横方向振動を与える装置であり、ベータトロン振動とは、加速器内でビームがビーム進行方向と垂直な平面内(x, y)で中心軌道のまわりで行う振動のことである。エキサイターによって強制的にずらされたビーム重心の運動は前節 2.3.2 で説明した BPM によって観測され、その時間変化を解析することにより、リング 1 周でベータトロン振動を何回行っているかが知ることが可能である。この振動数をベータトロン振動数と呼ぶ。このベータトロン振動数を適切な値に調整しないとビームを損失することになるため、これをどの程度の精度で測定できるか、またどのような条件で精度を上げることが可能かを知ることが、初期コミッショニングのみならず、1MW という目標を達成する上で非常に重要となる。この節では、エキサイターのモデル化と仮想加速器への実装について述べる。

エキサイターは、帯域制限白色ノイズを電極に入力し、2つの電極間に作られる電磁場によって粒子を偏向させる[5]。このエキサイターにある1つのベータトロン振動数分布をカバーするように周波数全幅 $= f_n$ で帯域制限白色ノイズをかけるとすると、ベータトロン振動振幅の期待値は漸近的に次式のように表される。

$$x_{rms} \approx \frac{\theta_{rms} \sqrt{\beta_x^e \beta_x^m}}{4} \frac{f_0}{\sqrt{\pi \Delta f_n \Delta f_\beta}} \quad (2.1)$$

ここで、 θ_{rms} はエキサイターによるキック角、 β_x^e 、 β_x^m はそれぞれエキサイターと BPM の設置場所のベータ関数、 f_0 は周回周波数、 Δf_β はベータトロン振動周波数分布($\beta_x f_0$)の半値幅である。長さ L のエキサイターによるキック角(θ_{rms})は、ビーム運動量を p、ローレンツベータを β とすると、

$$\theta_{rms} \approx \frac{eL}{pc} \left(1 + \frac{1}{\beta}\right) E_x, \quad (2.2)$$

$$E_x = \frac{\sqrt{ZP}}{d}$$

と表される。ここで、c は光速、 E_x は横方向の電場である。アンプから供給される電力 P とアンプから見た負荷側のインピーダンス Z ($=50 + j50 = 100 \Omega$) から、2 電極の電位差は \sqrt{ZP} と表される。現在、高エネルギー加速器機構(KEK)の 12 GeV 陽子シンクロトロン(Proton Synchrotron, PS)で使用されているエキサイター電極の断面図を図 2.8 に示す。ビームパイプ内に設置された電極の電位差と計算から得られた中心付近の電場の関係から、実効的な電極間距離(d)を求める。この電極に白色ノイズをかけ、2 電極の電位差よりビームにキックを与える。KEK PS のエキサイターを基に、RCS エキサイターが設計され、双方の主なパラメータを比較表として表 2.2 にまとめた。仮想加速器への実装において、これらのパラメータを使用した。

	KEK PS		RCS	
L (m)	0.7		0.81	
p (GeV/c)	1.09	12.9	0.61	3.82
Z ()	100		100	
P (W)	1000		1000	
d (m)	0.126		0.509	
β_x^e, β_x^m (m)	15, 15.9		9.39, 8.0	
f_n (kHz)	550	550	234	417
	0.006	0.05	0.16	0.03
R (mm)	75		148.5	

表 2 . 2 KEK PS と RCS におけるエキサイターの主なパラメータの比較表

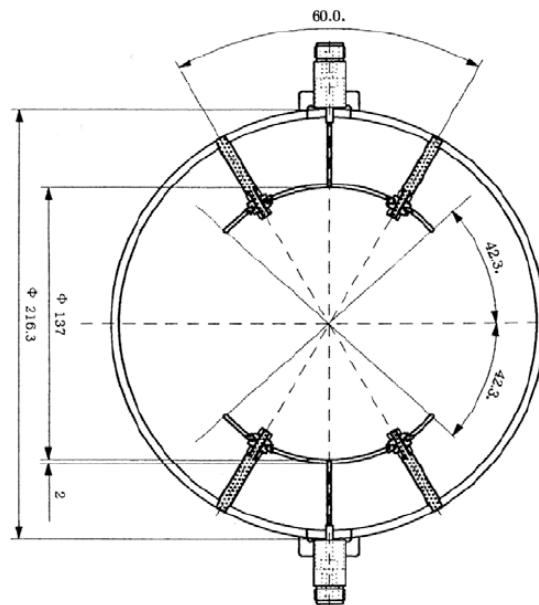


図 2 . 8 KEK-PS エキサイター電極の断面

RCS におけるエキサイターの配置を図 2.9 に示す。RCS エキサイターは、高周波加速空洞を設置する直線部の下流の曲線部に設置する。水平方向エキサイターと垂直方向エキサイターをそれぞれ赤丸と青丸で示している。

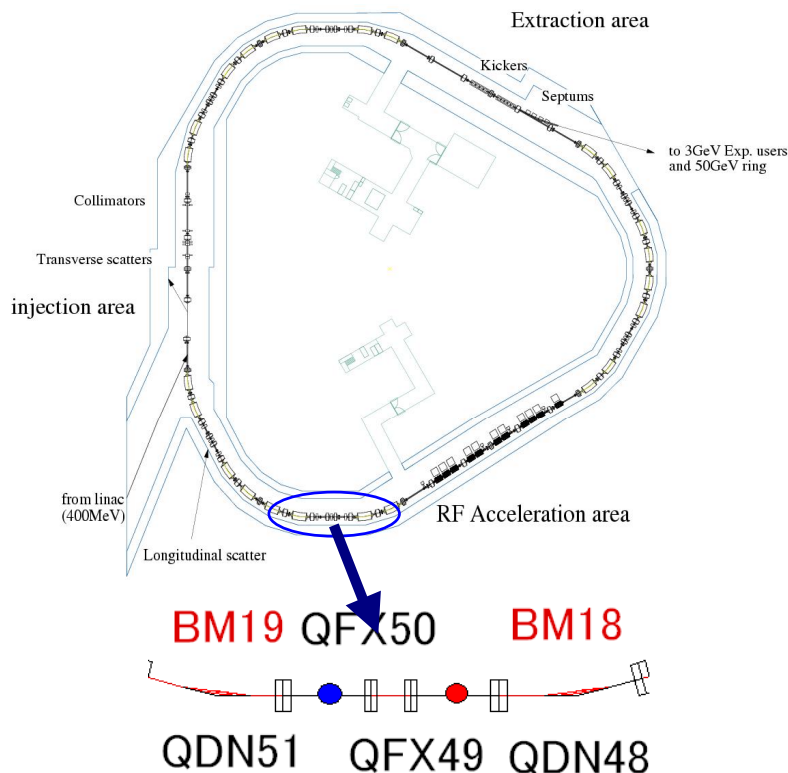


図 2.9 RCS エキサイターの配置

赤丸：水平方向エキサイター、青丸：垂直方向エキサイター

仮想加速器において、図で示した位置にエキサイターを実装した。そのエキサイターは、図に示したリングの一ヶ所で、周回ごとにビームに横方向キック x' を与える。周回数 n における横方向キック角 x'_n は、

$$\Delta x'_n = \theta_{rms} \sqrt{\frac{2}{N} \sum_{j=0}^{N-1} \cos[2\pi \frac{\Omega_j}{\omega_0} n + \phi_j]} \quad (2.3)$$

$$\Omega_j = \Omega_0 + j \frac{\Delta f_n}{N-1}$$

である[6]。ここで、 Ω_0 はそれぞれベータトロン振動数、周回周波数であり、 f_n はエキサイターの帯域制限幅、 ϕ_j は帯域制限内の各周波数成分の初期位相であり、 N は白色ノイズのスペクトル数である。各スペクトルには同等の電力が供給され、1本あたりの平均の供給電力は、 P/N で表される。

ここで、重要となるパラメータは式(2.2)より供給電力 P で、モデル化したエキサイターはこれを可変パラメータとして検証を可能としている。現在、定格の供給電力は 1000 [W] であるが、電源に供給電力の制限が生じる場合は、帯域制限幅 f を小さくすることで、ビームに加わる電力を増やすことができる。

具体的には、この仮想加速器では SAD [7][8][9]の計算コードを使用して仮想運転を行っている。SAD は高エネルギー加速器機構で開発された加速器の軌道解析コードであり、様々な加速器設計に用いられている。具体的に、SAD により周回計算を行い、エキサイターの位置でのビーム情報をもとに各粒子に上式(2.3)で表されるキック角 x' を与え、再度 SAD 周回計算に戻すという手法を用いている。まず SAD の周回計算におけるビーム情報は、 $(x, x', y, y', z, p/p)$ である。横方向は、閉軌道の中心を原点として、水平方向の位置と傾きをそれぞれ x, x' とし、垂直方向の位置と傾きをそれぞれ y, y' とする。縦方向は、同期粒子からの距離を z 、運動量のずれとの比を p/p としている。エキサイターで与えられるキック角は、時間変化するが、SAD ではビームの時間情報がない。そこで、重要なビーム情報は同期粒子からの距離 z と運動量のずれとの比 p/p と周回数で、同期粒子の周期が一定という条件より、粒子の時間に変換している。その変換式を以下に示す。

$$t = nT_0 - \frac{z}{\beta c}$$

$$\beta = \frac{p}{E} = \frac{\left(p + \left(\frac{\Delta p}{p} \right) p \right)}{\sqrt{\left(p + \left(\frac{\Delta p}{p} \right) p \right)^2 + m_0^2}} \quad (2.4)$$

T_0, p は同期粒子の周期と運動量であり、 n が周回数、 m_0 が質量、 c が光速である。この時間に対応した白色ノイズのキック角 x' をエキサイターで加えた。

エキサイターの供給電力 P と周回数に対応した周波数解析のベータトロン振動数の信号値を求め、BPMの分解能による雑音水準との比較で、ベータトロン振動数測定を検証した。その結果は、3.1 節で述べる。

2.3.4 高周波加速空洞の実装

2.3.2 節、2.3.3 節で説明した BPM の実装とエキサイターの実装によって、ベータトロン振動数の測定が仮想加速器において可能となった。

運動量の異なる粒子の運動を考えた場合、四極電磁石の収束力が異なるために、粒子はそれぞれ異なるベータトロン振動数を持つことになる。この運動量とベータトロン振動数の関係をクロマティシティ(色収差)という。したがって運動量を変化させ、それぞれのベータトロン振動数を測定することができれば、クロマティシティを求められる。実際の加速器でもリングを周回するビームは、同期粒子に対して運動量に広がりを持っており、個々の粒子はそれぞれ異なるベータトロン振動を行う。これらの粒子の挙動を知ることはビームを安定して周回・加速する上で重要となる[10]。

この節で説明する高周波加速空洞はまさに粒子の運動量を変化させる装置であり、これを仮想加速器に実装することによりクロマティシティを求め、運動量の異なる粒子の運動を調べることが可能となる。

高周波加速空洞 RF は、導体の壁によって囲まれた空洞共振器である。外部から電力を供給し、空洞の内面に大きな高周波共振電流を流すことで、空洞内に誘導起電力による電場を発生させる。その電場で、粒子を加速および減速させる装置である。この電場および電圧を加速電場および加速電圧と呼ぶ。

一般的に単周波の高周波加速空洞における加速電圧 V は、

$$V = V_0 \sin(2\pi f_{rf} t + \phi) \quad (2.5)$$

である。ここで、 V_0 は最大電圧値、 f_{rf} は高周波加速空洞の周波数、 ϕ は初期位相である。

この高周波加速空洞を通過したとき、この加速電圧によって与えられるエネルギー dE は、

$$dE = -eV_0 \sin(2\pi f_{rf} t + \phi) \quad (2.6)$$

となる。

この高周波加速空洞を仮想加速器に実装した。RCS では直線部の加速エリアに 10 台の高周波加速空洞を設置し加速させる。今回仮想加速器では、10 台の高周波加速空洞の加速電圧を加速エリアの 1 ヶ所に配置し、加速および減速できるように実装した。また、加速過程 (181 MeV → 3 GeV) を想定しておらず周波数 f_{rf} は時間に対して一定とし、高周波加速空洞の入力パラメータを電圧 V_0 と周波数 f_{rf} とした。このモデル化で重要なことは、高周波加速空洞の周波数 f_{rf} を可変パラメータとし、粒子の運動量を変化可能にすることである。これは以下の式で表される。

$$\frac{\Delta p}{p} = -\frac{1}{\eta} \cdot \frac{\Delta f}{f} \quad (2.7)$$

ここで、 η はスリッページファクターである。縦方向の運動に関する詳細は APPENDIX B

で示す。

そこで、モデル化による実装では、周波数を f 変化させた際に式(2.7)より、ビームの同期粒子($z=0$)を p/p の粒子にした。同期粒子とはシンクロトロン振動の中心となる粒子であり、SAD では z は同期粒子からの縦方向の距離であるので、常に $z=0$ となる。

第3章 RCSにおける仮想加速器を用いた光学パラメータ測定

光学パラメータとは、ビームの横方向および縦方向の運動を記述し、ビームを安定に周回・加速するために重要なパラメータである。これには、ベータトロン振動数、ベータ関数、分散関数、色収差、シンクロトロン振動数、スリッページファクターなどが挙げられる。設計段階では、様々な計算コードで、安定な周回および加速に最適値になるように設計しているが、実加速器では、各電磁石の個体差、設置誤差、外部温度による性能の変化、高周波加速空洞や電源によるノイズなどが存在し、加速器の光学パラメータは設計値と異なってしまうため、ビームは安定に周回しない。そのため実加速器において、モニタから得られるビームの情報から、光学パラメータの測定を行い、設計値と比較する。そして必要であれば補正電磁石や四極電磁石を用いて補正を行うといった手法をとる[11]。このように、実際のビームのデータからビームを診断し、安定に周回および加速するように、各電磁石の最適な設定値を調整していくことを、ビームコミッショニングと呼ぶ。

ビームコミッショニングではビームを診断し、より安定にビームを周回させるために様々な補正を行う。また、コミッショニングにおいて、光学パラメータは、ビーム診断を行う上で指針となる。そのために、各パラメータの測定および解析を行うツール、比較および検証を行うツール、補正を行うツールの構築が必要となる。

本研究では、エネルギーが 181 MeV で、周回軌道の中心に $\sigma_x = 0.38$ mm-mrad の横方向位相平面内の広がりを持ったリニアックから入射されるビームを用いて、数値的模擬計算と仮想運転を行った。そのビーム条件を表 3.1 に示す。

本研究では、ベータトロン振動の共鳴によるビーム損失の抑制に着目した。そこで、RCS におけるベータトロン振動数、スリッページファクター、クロマチシティの測定手法を検証し、成立性を確認する。

項目	値
入射エネルギー, E	0.181 GeV
運動量の広がり, $\sigma_{p/p}$	1%
横方向エミッタンス, σ_x	$\sigma_x = 0.38$ mm-mrad
バンチ幅, Z	85 m

表 3.1 周回計算のビーム初期値

3.1節 ベータトロン振動数測定

ベータトロン振動とは、加速器内でビームがビーム進行方向と垂直な平面内(x, y)で中心軌道のまわりで行う振動のことである[10][12]。わかりやすいように、例として図3.1にリング1周における線形運動を行うベータトロン振動の様子を示す。横軸は、入射直後のビーム位置検出器(BPM)からビーム進行方向の距離(リング1周 = 348.333mとしている)であり、縦軸はビーム重心の中心軌道からのずれである。図中の青点は、リング内に設置されてBPMで測定されたビームの重心値である。赤線は周期関数である。x方向のベータトロン振動数 ν_x が6.68の場合を図にしている。図3.1のように、線形運動を行うビームは中心軌道のまわりで振動する。ベータトロン振動数の測定は、整数部はリング1周にわたり波の数を数えることで行うが、小数部はあるBPMにおける重心値を数100もしくは数1000ターン測定し、周波数解析を行うことで求めることができる。

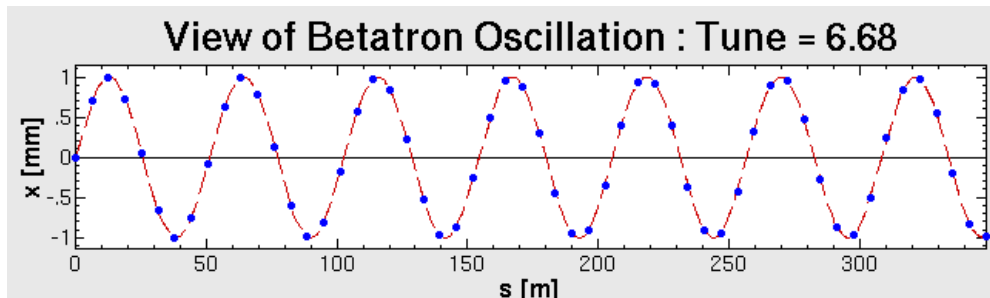


図3.1 リング1周におけるベータトロン振動 ($\nu_x=6.68$)

3.1.1 ベータトロン振動の共鳴

ベータトロン振動を APPENDIX A を参照しながら簡潔に書く [10][12]。それをベースにビーム損失の原因である共鳴の恐ろしさとベータトロン振動数の測定が重要性を説明する。

実際の加速器では、偏向磁場や四極磁場の誤差に加えて、さらに次数の高い磁場（六極磁場、八極磁場など）やねじれ成分をもった磁場が存在する。中心面上での磁束密度を多項式、

$$B_z = \sum_{r=0}^{\infty} b_r x^r \quad (3.1)$$

で表したとき、 $r = 0$ の成分が二極磁場、 $r = 1$ の成分が四極磁場であるのに対して、 $r = 2$ の成分が六極磁場、 $r = 3$ の成分が八極磁場である。また、四極磁場や高次の磁場が据え付け誤差などの原因で中心軸のまわりにわずかでも回転していると、「ねじれ成分」をもった磁場が発生する。

リングに高次（六極や八極など）の成分があるとベータトロン振動が非線形な振動になるということである。例えば六極磁場があると、この磁場によるローレンツ力は x^2 に比例するから非線形振動となる。非線形振動の特徴は、振動の振幅がある一定値を越えると振動が突然不安定になることである。このような非線形振動や結合振動は、水平方向のベータトロン振動数 x と垂直方向のベータトロン振動数 y が

$$m v_x + n v_y = k \quad (3.2)$$

(m, n, k は整数)

の関係を満たすとき、ベータトロン振動が不安定になることがわかっている。この現象をベータトロン振動の共鳴といい、高次の磁場成分（六極成分、八極成分など）や電磁石の据え付け誤差（設置誤差とも言う）によるねじれ磁場成分によって水平・垂直方向のベータトロン振動が非線形振動や結合振動をすることで起こる。ここで、

$$q = |m| + |n| \quad (3.3)$$

は、共鳴の次数であり、 q 次の共鳴の原因は、 $2q$ 極磁場である。また、次数が低いほど強い共鳴となるため、1次共鳴と2次共鳴であるベータトロン振動数が整数、半整数の時の共鳴を半整数共鳴といい、これらの共鳴の近くではビームは安定ではあり得ない。

また、1周あたりの磁場構造に N 回の周期性があり、

$$k = iN \quad (3.4)$$

(i は整数)

の関係が成立する場合を構造共鳴と呼び、非常に強い共鳴となる。

高次共鳴の場合、ベータトロン振動数が共鳴条件に近づくほど、安定領域は狭くなる。

また、高次磁場成分が大きいほど安定領域が狭くなる。このような性質から、共鳴線の周りに有限な幅の不安定領域ができる。この領域を共鳴幅(ストップバンド)と呼ぶ。

実際のリングでこれらの共鳴がどのようにになっているのか、共鳴があるとすればその共鳴幅はどの程度あるかということを知ることは、リングの運転上好ましいベータトロン振動数を選ぶために重要なことである。また、リングの運転に使われるベータトロン振動数(x , y)をベータトロン振動数の動作点という。ベータトロン振動数は四極電磁石によって大半が決定されるため、四極電磁石の励磁量を変化させることで、ベータトロン振動数を設定する。

RCS では、水平・垂直方向のベータトロン振動数がそれぞれ 6.0 から 7.0 の領域で十分なアクセプタンスが確保されるように設計されている。ここで、RCS における 3 次共鳴までの共鳴線と現在のベータトロン振動数の動作点(x , y) = (6.68, 6.27)を描いたチューン図(x :6.0 ~ 7.0, y :6.0 ~ 7.0)を図 3 . 2 に示す。図中の共鳴線の中でも強い共鳴線では、ビームは安定に周回しない。もちろん、共鳴線以外のベータトロン振動数に動作点を設定するのだが、リング内の様々な誤差やもれ磁場の影響などにより、実際には動作点からずれが生じ、共鳴線にかかることがある。ゆえに、実際の加速器ではベータトロン振動数の測定は、不可欠である。また、異なる運動量の収束力の違い(クロマチシティ)や空間電荷効果によるベータトロン振動数のずれは、ベータトロン振動の共鳴線にかかりビームが不安定になる。共鳴線にかからないようにするためには、ベータトロン振動数の広がりだけ、共鳴線から離れた動作点を設定しなければいけない。そのため、ベータトロン振動数動作点の設定可能領域が狭くなる。ベータトロン振動数の動作可能な領域を確保するためにも、ベータトロン振動数の広がりやベータトロン振動数の共鳴の補正は重要である。

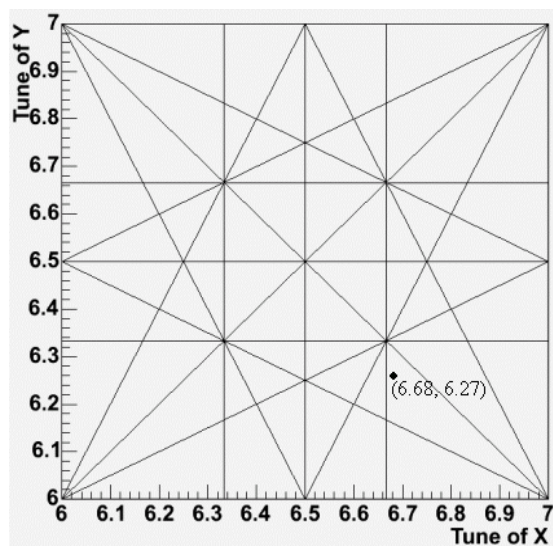


図 3 . 2 3 次共鳴までの共鳴線と動作点(x , y) = (6.68, 6.27)を示したチューン図

3.1.2 RCSにおけるベータトロン振動数の測定

ベータトロン振動数とは、リング1周回ったときの粒子の振動回数である。ベータトロン振動の共鳴はビームが不安定にし、その結果ビーム損失を引き起こす。共鳴線を避けたベータトロン振動数を動作点としなければならないが、様々な誤差やもれ磁場などの影響で設計値よりずれることが想定される。そのため、ベータトロン振動数を測定し、必要であれば補正しなければならない。一般にベータトロン振動数は、整数部と小数部に分けて測定する。

一つの補正電磁石を励磁した際に生じる閉軌道のずれは、本質的にベータトロン振動であるため、ベータトロン振動数の整数部は1周にわたり振動の数を数えることで求めることができる。実際には、リング内に設置された全54台のBPMでリング1周のビーム重心値を測定し、波数を数える。

ベータトロン振動数の小数部は、ベータトロン振動による重心のずれを周波数解析し、検出することができる。ビーム重心はBPMによって測定されるが、主電磁石、高周波加速空洞などの雑音(ノイズ)により、BPMの測定精度は悪くなる。ゆえに、振幅が小さいと、その振動はノイズに埋もれてしまい、検出は困難となる。一般的に周波数解析は、高速フーリエ変換(Fast Fourier Transform, FFT)を用いて行う。このFFTによってシグナルの出力密度が計算される。BPMから得られたN周分のビームの振動にベータトロン振動の成分がもっとも寄与している場合、もっとも高い出力密度(信号値)の振動数としてベータトロン振動数は検出される。またFFTによる誤差は、 $1/2N$ 以下となる。ゆえに、ベータトロン振動数を0.001以下の測定精度で得るには、1000周以上のデータが必要となる。また、ビームの横方向の振動は、補正電磁石によるシングルキック、もしくはエキサイターの白色ノイズによって励起される。一般的にビーム重心の振幅は、異なる運動量のクロマティシティによるベータトロン振動数のずれなどで位相平面内にビームが広がってしまい、ビーム重心の振幅は減衰する。周回ごとにビームが位相平面内に広がる様子を図3.4に示す。そのため、補正電磁石によるシングルキック(横方向に大きくキックを一度与えること)では、周回ごとにベータトロン振幅が小さくなり、周回数Nを稼ぐことができない。シングルキック後の振幅減衰の様子を図3.5に示す。RCSではクロマティシティによるチューンシフトが大きいため、シングルキック後の振幅が数十周で減衰する。そこで、RCSではエキサイターによる帯域制限の白色ノイズによって、ベータトロン振動を励起する手法をとる。これは、連続的にベータトロン振動を励起できるように、エキサイター電極に帯域制限白色ノイズをかけて、ベータトロン振動との共鳴を利用して強制的に振動を与え、徐々に振幅を増大させる手法である。白色ノイズは様々な周波数成分の重ね合わせであり、これを使用することで周波数を変えつつ、測定する必要がなく、一度だけで測定が可能となる。

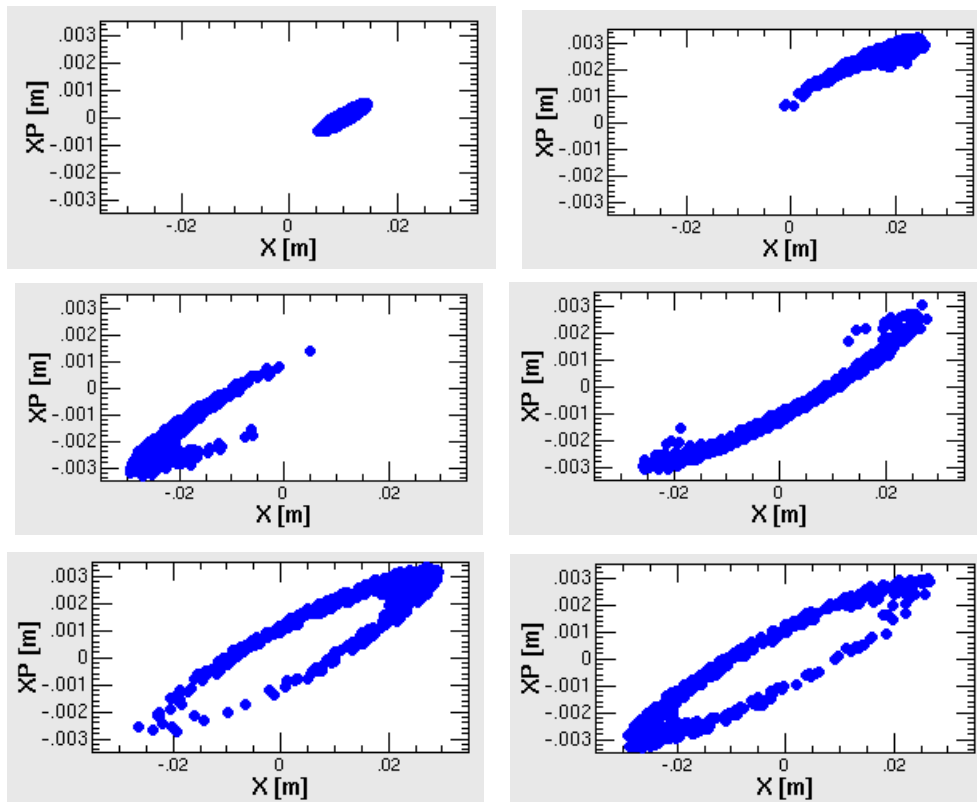


図3.4 ベータatron振動数の違いにより位相平面(x, x')でビームが広がる様子
(周回ごと)

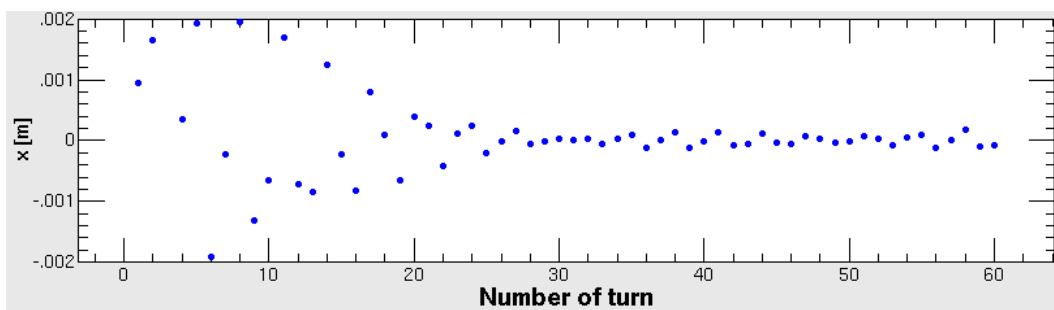


図3.5 BPMでみたベータatron振幅が減衰する様子
横軸：周回数、縦軸：BPMにおけるビーム重心値

しかし、雑音水準を超えるベータトロン振幅が、このエキサイターで得られなければ、ベータトロン振動数の検出は不可能である。そこで、仮想加速器を用いて、ベータトロン振動数の測定を行い、エキサイターの供給電力 P とベータトロン振動数の信号値、周回数とベータトロン振動数の信号値の関係を求めた。また、BPM の分解能 $= 0.2, 0.5, 1 \text{ mm}$ における周波数解析の雑音水準を見積もり、上記との関係について検証した。

まず、BPM の分解能 $= 0.2, 0.5, 1 \text{ mm}$ における重心値をそれぞれ FFT にかけて、周波数解析の雑音水準を見積もった。 $= 0.2 \text{ mm}$ における周波数解析のスペクトルを図 3.6 に示す。また、それぞれの分解能に対する平均の雑音水準と最大の雑音水準を表 3.2 に示す。それぞれの周波数成分は平均の雑音水準のまわりにばらついており、最大で平均の雑音水準+10 dB の信号値が雑音として検出され、この最大の雑音水準以下だとベータトロン振動数のピークは埋もれてしまい、同定が不可能となる。

次に、数回測定し平均をとるといった手法を検証した。10 回測定し、平均をとった結果を図 3.7 に示す。図中の黒線と赤線がそれぞれ 1 回測定と 10 回測定による周波数解析のスペクトルである。この手法を用いると雑音のばらつきが抑えられ、その結果最大の雑音水準が平均の雑音水準に近づくことがわかった。

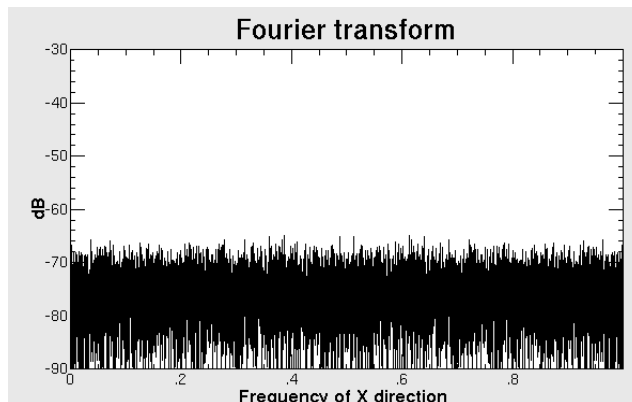


図 3.6 BPM 分解能 $= 0.2 \text{ mm}$ の周波数解析の雑音

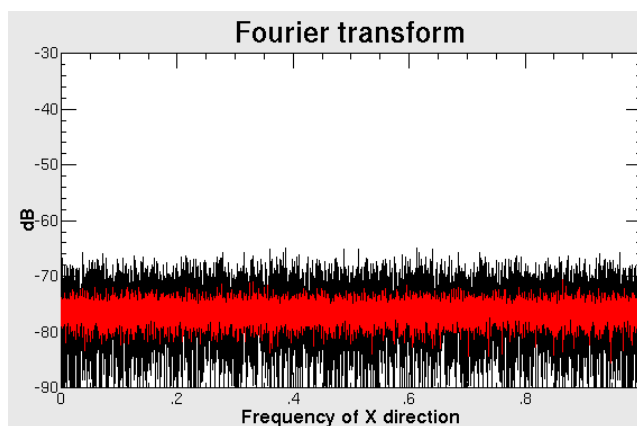


図 3.7 平均前(黒線)と後(赤線)の周波数解析の雑音

分解能 [mm]	平均の雑音水準 [dB]	最大の雑音水準 [dB]
0.2	-76	-66
0.5	-68	-58
1	-60	-50

表 3 . 2 BPM の分解能に対する平均と最大の雑音水準

次に、仮想加速器を用いて、ベータトロン振動数の測定を行い、ベータトロン振動数の信号値のエキサイター供給電力依存性を求めた。結果を図 3 . 8 に示す。図 3 . 8 より供給電力を増大させるとベータトロン振動が励起され、振幅が増大し、より顕著にピークを検出可能となることがわかった。

次に、ベータトロン振動数の信号値の周回数依存性を求めた。結果を図 3 . 9 に示す。図 3 . 9 より、FFT を行う際のデータ数が多くなるにつれて、信号値が徐々に増大していくことがわかった。これは、エキサイターによって周回を重ねるごとにベータトロン振幅が増大し、ビーム重心の振動にベータトロン振動が顕著に表れていることを示している。

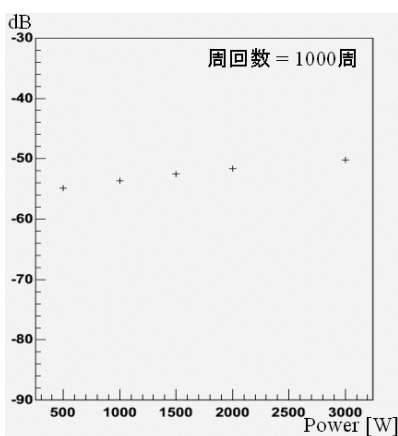


図 3 . 8 エキサイターの供給電力に対するベータトロン振動数ピーク信号値

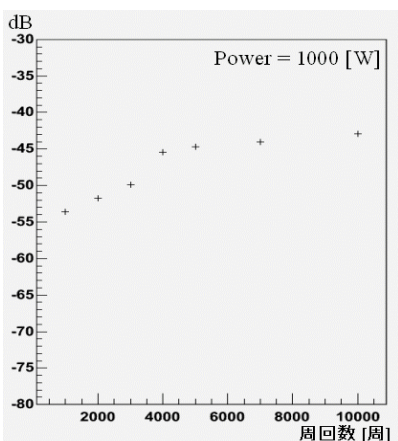


図 3 . 9 周回数 N 分の重心値に対するベータトロン振動数ピーク信号値

3つの検証結果より、各 BPM 分解能による最大の雑音水準と供給電力と周回数の関係を 図 3 . 1 0 に示す。図中のデータ点は、供給電力に対するベータトロン振動数のピーク値を示している。また、点線はそれぞれ BPM の分解能の最大の雑音水準である。図より、BPM の分解能 $< 0.5 \text{ mm}$ であれば最大の雑音水準は -58 dB 以下となるので、エキサイターの定格電力 1 k W で周回数 $N = 1000$ 周のデータがあれば、ベータトロン振動数ピークの検出が可能であることがわかった。しかし、初期運転時は、定常運転時と比較してビームのピーク電流が $30 \text{ mA} \sim 5 \text{ mA}$ と小さい。BPM はビーム通過時に 4 つの電極に誘導する電荷量の非対称性より、ビーム重心を算出するため、ビームのピーク電流が小さいと誘導電荷量の絶対値も小さくなり、BPM の測定精度を悪くする。そのため、BPM 分解能は 1 mm 程度もしくはそれ以上であることも想定される。その場合、周回数 $N > 4000$ 周もしくは供給電力を上げるために帯域制限幅 f_n を小さくすることで、検出が可能であることがわかった。また、数回測定し平均をとることで雑音のばらつきが抑えられ、その結果最大の雑音水準が平均の雑音水準に近づき、検出可能になる。

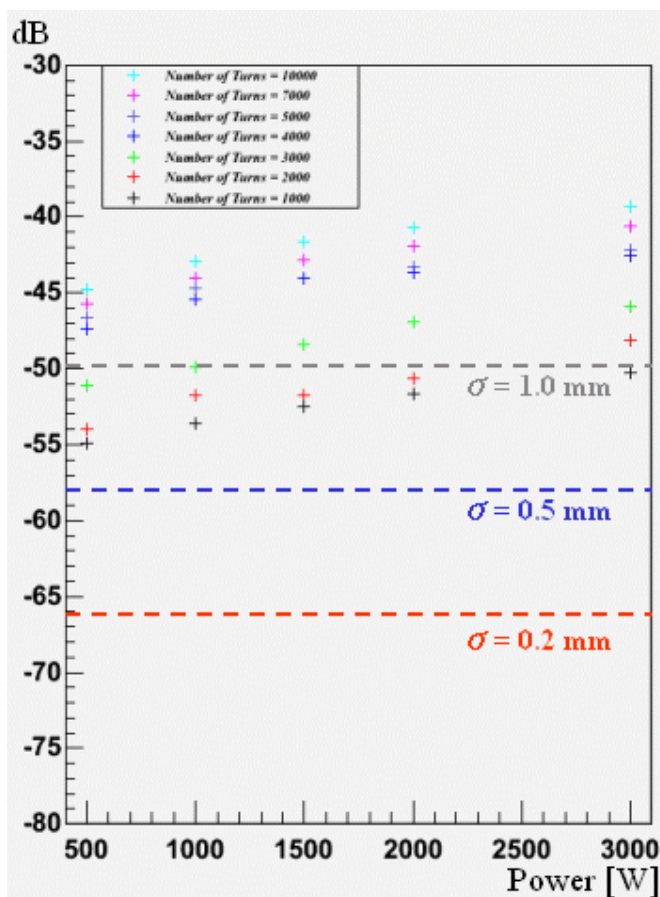


図 3 . 1 0 周波数解析による供給電力と周回数に対するベータトロン振動数ピーク値と BPM の各分解能における最大の雑音水準

3.2節 スリッページファクター測定

3.2.1 スリッページファクター

スリッページファクターとは、APPENDIX Bより運動量のずれ $\Delta p/p$ に対する周回周期のずれ $\Delta T/T$ の度合いを示す量であり、

$$\eta = \frac{\Delta T/T}{\Delta p/p} \quad (3.5)$$

で表される[10]。このスリッページファクターは、クロマティシティ測定や分散関数測定などの運動量に依存したパラメータの測定を行う際に必要となる光学パラメータであり、シンクロトン振動数 f_s から算出することができる。シンクロトン振動とは、粒子の進行方向の位相とエネルギーに関する振動であり、その振動数をシンクロトン振動数と呼ぶ。また、クロマティシティ測定を例に挙げ、スリッページファクターの必要性について述べる。クロマティシティは、以下の式(3.5)のように運動量の違いによるベータトロン振動数の違いの度合いを表した量である。

$$\xi = \frac{\Delta v}{\Delta p/p} \quad (3.6)$$

式(3.4)は、

$$\frac{\Delta p}{p} = -\frac{\Delta f/f}{\left(\alpha - \frac{1}{\gamma^2}\right)} = -\frac{1}{\eta} \cdot \frac{\Delta f}{f} \quad (3.7)$$

であり、このスリッページファクターがわかると、高周波加速空洞 RF の振動数を変化させた際の同期粒子の運動量が変化量を知ることができる。運動量を変化させつつ、ベータトロン振動数を測定することで、クロマティシティを求めることが可能となる。このように、スリッページファクターは、運動量の違いに依存した光学パラメータの測定に不可欠である。

3.2.2 RCS におけるスリッページファクター測定

シンクロトロン振動数は、ベータトロン振動数と同様、BPM の信号を周波数解析することで得られ、周回周波数 f_{rev} とベータトロン振動数 $f_b (= \nu_b \cdot f_{rev})$ のサイドバンドとしてピークを持つ。高周波加速空洞の同期位相からずれた位相にビームを入射した場合、同期位相の周りを振動しつつ周回する。これにより、ビームはエネルギー振動を行う。この振動数がシンクロトロン振動数そのものである。この振動は、分散関数がゼロでない場所に設置された BPM によって検出される[11]。分散関数 D とは、運動量の違い $\Delta p/p$ による軌道のずれ Δx の度合いであり、

$$\Delta x = D \frac{\Delta p}{p} \quad (3.8)$$

で表される。ゆえに、分散関数がゼロでない場所に設置された BPM によって、ビームのエネルギー振動を直接観測することができる。

RCS の曲線部は、分散関数がゼロでない。そのため、曲線部の BPM でビームの重心値を測定し、それを FFT することでシンクロトロン振動数を求める。また、仮想加速器における高周波加速空洞 RF とビームの各パラメータを表 3.3 に示す。これらのパラメータを仮想加速器に設定し、BPM 分解能 $\Delta x = 0.2 \text{ mm}$ 、周回数 1×10^4 の仮想運転を行った。FFT の結果、0.0115 にシンクロトロン振動数のピークを検出した。FFT によるスペクトルを図に示す。これより、この仮想加速器のシンクロトロン振動数 s は

$$s = 0.0115 \pm 0.0001$$

である。この誤差は、FFT の誤差である。

高周波加速空洞		ビーム	
ハーモニックナンバー, h	2	エネルギー, E	0.181 GeV
電圧, V	200000 V	ローレンツガンマ,	1.19
同期位相, s	3.141592		

表 3.3 高周波加速空洞とビームのパラメータ

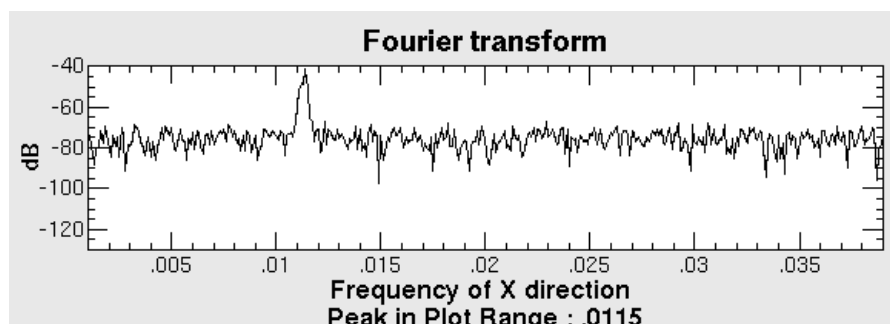


図 3.11 周波数解析によるシンクロトロン振動数のピーク

測定したシンクロトロン振動数より、スリッページファクターを算出する。シンクロトロン振動数 ν_s は APPENDIX B より、

$$\nu_s = \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2 - 1}} \sqrt{\frac{heV \cos \phi_s}{2\pi E}} \cdot \eta \quad (3.9)$$

V : 高周波加速空洞電圧、 h : ハーモニックナンバー、 ϕ_s : 同期位相、
 η : スリッページファクター、 E : 同期粒子のエネルギー、 γ : ローレンツガンマ

と表され、スリッページファクター η は

$$\eta = \frac{2\pi E \nu_s^2 (\gamma^2 - 1)}{heV \cos \phi_s \gamma^2} \quad (3.10)$$

となる。これに各パラメータを導入して計算すると、測定されたスリッページファクターは、

$$\eta = -0.691 \pm 0.012$$

となった。

シンクロトロン振動数は、曲線部の BPM のビーム重心値を FFT することで検出が可能であることがわかった。また、測定精度は FFT の精度だけであるため、周回数を多くすることで、精度が向上する。また、この手法を用いたスリッページファクターの測定では、シンクロトロン振動数の測定精度が、ほとんどスリッページファクターの測定精度を決めているため、精度よく算出することが可能である。

3.3節 色収差(クロマティシティ)測定

3.3.1 運動量の違いによる色収差(クロマティシティ)

加速器内を周回する粒子は、同期粒子に対して運動量に広がりを持っている[12]。この粒子の運動量の違いによって四極電磁石の収束力が異なるために、個々の粒子はそれぞれ異なるベータトロン振動数を持つ。このベータトロン振動数のずれをクロマティシティ(色収差)といい、これは以下の式で与えられる。

$$\begin{aligned}\xi_x &= -\frac{1}{4\pi} \int_0^C K(s)\beta_x(s)ds \\ \xi_y &= +\frac{1}{4\pi} \int_0^C K(s)\beta_y(s)ds\end{aligned}\tag{3.11}$$

ここで、 ξ_x 、 ξ_y はそれぞれ水平(x)、垂直(y)方向のクロマティシティであり、 K は四極電磁石の強さ、

$$K = \frac{1}{B\rho} \frac{\partial B_y}{\partial x}\tag{3.12}$$

である。 K の符号は、一般に水平方向に収束力の場合は正(収束型)、発散力の場合は負(発散型)と定義する。 β_x 、 β_y はリングの水平・垂直方向のベータ関数であり、 C は周長である。ここで、同期粒子の運動量 p からのずれを Δp とすると、ベータトロン振動数のずれは以下ようになる。

$$\Delta v = -\frac{1}{4\pi} \oint K(s)\beta(s)ds \frac{\Delta p}{p}\tag{3.13}$$

クロマティシティ ξ は、

$$\xi = \frac{\Delta v}{\Delta p/p}\tag{3.14}$$

となる。つまり、クロマティシティは運動量の違いによるベータトロン振動数のずれの度合いを示す量である。このクロマティシティによるベータトロン振動数のずれは、ベータトロン振動数の共鳴線にかかりビームが不安定になる。かからないようにするためには、ベータトロン振動数の広がりだけ、共鳴線から離れた動作点を設定しなければいけない。そのため、ベータトロン振動数動作点の設定可能領域が狭くなる。ベータトロン振動数の動作可能な領域を確保するためにも、クロマティシティの測定および補正は重要である。

3.3.2 RCSにおけるクロマティシティ測定

RFの周波数を変化させつつ、ベータトロン振動数を測定することにより、リングにおけるクロマティシティを測定することができる[11]。RCSにおけるパラメータを表3.4に示す。表3.4のパラメータを以下の式(3.15)に与え、RF周波数の変化に対する運動量の変化を見積もる。

$$\frac{\Delta p}{p} = -\frac{\Delta f / f}{\left(\alpha - \frac{1}{\gamma^2}\right)} = -\frac{1}{\eta} \cdot \frac{\Delta f}{f} \quad (3.15)$$

また、表3.4のスリッページファクターは、3.2節で測定された値を使用した。そして、 p/p を-0.005から0.005まで0.001刻みで変化させ、ベータトロン振動数 x 、 y をそれぞれ測定した。RFの周波数に対する p/p 、測定されたベータトロン振動数 x 、 y を表3.5に示す。また、 p/p の精度はRF周波数の精度とスリッページファクターに依存し、 $\pm 2 \times 10^{-5}$ であった。加えて、ベータトロン振動数の測定精度はFFTの精度に依存し、 $\pm 1 \times 10^{-4}$ であった。これより、 p/p に対するベータトロン振動数のずれ x 、 y をそれぞれ図3.12と図3.13に示す。

スリッページファクター,	-0.691
ハーモニックナンバー, h	2
周回周波数, f_{rev}	469264 Hz
RF周波数, f_{rf}	938528 Hz

表3.4 RCSパラメータ

RF周波数, f_{rf} [Hz]	p/p	x	y	x	y
935295.9	-0.005	0.7228	0.3135	0.0425	0.0432
935940.5	-0.004	0.7142	0.3047	0.0339	0.0344
936586.1	-0.003	0.7055	0.296	0.0252	0.0257
937232.6	-0.002	0.6971	0.2874	0.0168	0.0171
937880	-0.001	0.6887	0.2788	0.0084	0.0085
938528.2	0	0.6803	0.2703	0	0
939177.4	0.001	0.6721	0.2619	-0.0082	-0.0084
939827.5	0.002	0.6639	0.2535	-0.0164	-0.0168
940478.4	0.003	0.6557	0.2452	-0.0246	-0.0251
941130.3	0.004	0.6476	0.2368	-0.0327	-0.0335
941783	0.005	0.6395	0.2285	-0.0408	-0.0418

表3.5 運動量ごとのベータトロン振動数の測定結果

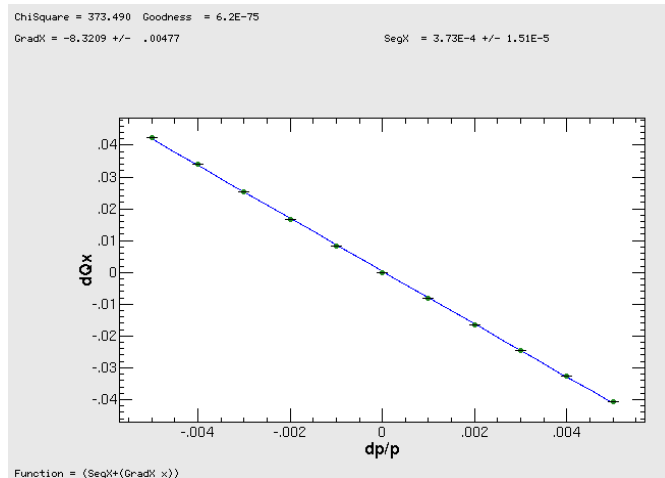


図 3 . 1 2 運動量のずれに対する水平(x)方向ベータトロン振動数のずれ

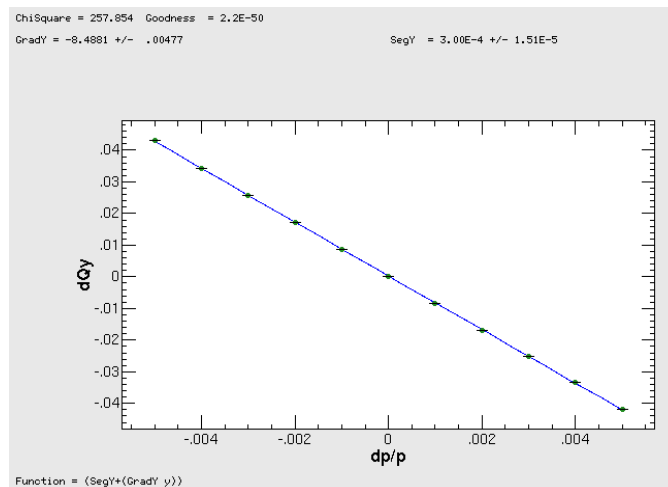


図 3 . 1 3 運動量のずれに対する垂直(y)方向ベータトロン振動数のずれ

これより、水平方向と垂直方向のそれぞれのクロマティシティ x 、 y は以下となった。

$$x = - 8.321 \pm 0.005$$

$$y = - 8.488 \pm 0.005$$

また、RCS における運動量の広がり p/p は $\pm 1\%$ 程であるため、式(3.13)よりクロマティシティによるベータトロン振動数の広がり x 、 y はそれぞれ、

$$x = \pm 0.083$$

$$y = \pm 0.085$$

となることがわかった。

第4章 六極電磁石によるクロマティシティ補正 と3次共鳴補正

4.1節 クロマティシティ補正とダイナミックアパーチャ解析

3.3節より、RCSにおけるクロマティシティはそれぞれ $\xi_x = -8.321 \pm 0.005$, $\xi_y = -8.488 \pm 0.005$ であり、クロマティシティによるベータトロン振動数の広がりにはそれぞれ $\Delta x = \pm 0.083$, $\Delta y = \pm 0.085$ であることがわかった。それぞれのベータトロン振動数 ω_x , ω_y が共鳴を生じ、ビーム損失を引き起こすことについては3.1節で述べたが、ベータトロン振動数が動作点からずれを生じることにより、この共鳴を引き起こす。そのため、このクロマティシティをゼロもしくは近い値に補正することがビーム損失抑制と安定周回のためには必須となる。

このクロマティシティの補正には一般に六極電磁石が用いられ、RCSにおいても同手法を用いる[12]。この六極電磁石によって生ずるクロマティシティ (ξ_x , ξ_y) は、それらをリングの分散関数がゼロでない場所に置いたときに発生させることができ、次式のように示される。

$$\begin{aligned}\xi_x^s &= +\frac{1}{4\pi} \int_0^C K_s(s) \beta_x(s) D_x(s) ds \\ \xi_y^s &= -\frac{1}{4\pi} \int_0^C K_s(s) \beta_y(s) D_x(s) ds\end{aligned}\tag{4.1}$$

ここで、 K_s は次式で表され、六極電磁石の強さ(水平方向に収束型の場合は正、発散型の場合は負と定義する)を示すものである。

$$K_s = \frac{1}{B\rho} \frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2}\tag{4.2}$$

D_x は水平方向の分散関数であり、分散関数とは運動量の違いによる閉軌道のずれの度合いである。一般に収束型六極電磁石を SF、発散型六極電磁石を SD とし、この2種類の六極電磁石で補正を行う。

RCS では、収束型六極電磁石 SFX を 6 台、発散型六極電磁石 SDA, SDB をそれぞれ 6 台用いて、補正を行う。これらの六極電磁石の配置を曲線部と直線部の配置図(図4.1)を用いて示す。RCS は 3 つの直線部と曲線部から構成され、3 回対称性を持つリングであるため、その他の直線部と曲線部における六極電磁石の配置は図4.1と同等である。

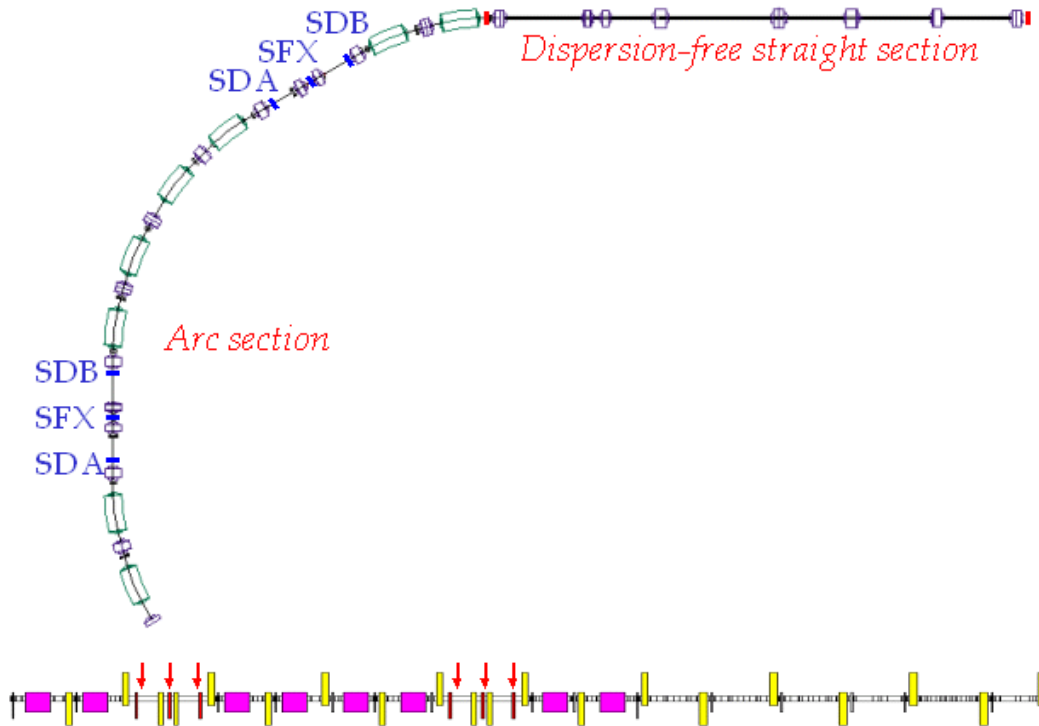


図 4 . 1 リングにおけるクロマティシティ補正用六極電磁石の配置

図 4 . 1 のように、六極電磁石を曲線部に配置する。直線部は分散関数がゼロとなるように設計されており、曲線部のみでクロマティシティの補正を行う。

次に、クロマティシティをゼロとするように 3 つの六極電磁石の強さを求める。この連立方程式は、以下となる。

$$\frac{1}{4\pi} \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^N \beta_x^{SFA}(s_k) \eta_x^{SFA}(s_k) & \sum_{k=1}^N \beta_x^{SDA}(s_k) \eta_x^{SDA}(s_k) & \sum_{k=1}^N \beta_x^{SDB}(s_k) \eta_x^{SDB}(s_k) \\ -\sum_{k=1}^N \beta_y^{SFA}(s_k) \eta_x^{SFA}(s_k) & -\sum_{k=1}^N \beta_y^{SDA}(s_k) \eta_x^{SDA}(s_k) & -\sum_{k=1}^N \beta_y^{SDB}(s_k) \eta_x^{SDB}(s_k) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K_2^{SFA} \\ K_2^{SDA} \\ K_2^{SDB} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\xi_x \\ -\xi_y \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

ここで、 N はリングにおける六極電磁石の数であり、 K_2^{SFA} , K_2^{SDA} , K_2^{SDB} はそれぞれの六極電磁石の強さ K_s に長さ L をかけたものである。3 . 3 節の測定より、RCS におけるクロマティシティはそれぞれ $\xi_x = -8.321$, $\xi_y = -8.488$ である。また、それぞれの六極電磁石におけるベータ関数と分散関数は理論値を用いた。ここで、 $K_2^{SDA} = K_2^{SDB}$ とすると、連立方程式は簡単に解け、

$$\begin{pmatrix} K_2^{SFA} \\ K_2^{SDA}, K_2^{SDB} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.3847 \\ -0.3154 \end{pmatrix}$$

となった。

求めたそれぞれの六極電磁石の強さを与え、クロマティシティ補正を行った。補正後、3.3節で述べた同じ手法で運動量の違いによるベータトロン振動数のずれを測定した。補正前と補正後の運動量の違い dp/p に対するベータトロン振動数のずれ x , y をそれぞれ図4.2と図4.3に示す。図中の青点(線)と赤点(線)はそれぞれ補正前と補正後に対応しており、それぞれのクロマティシティを表4.1に示す。

	補正前	補正後
x	-8.321 ± 0.005	0.184 ± 0.005
y	-8.488 ± 0.005	0.117 ± 0.005

表4.1 補正前と補正後のクロマティシティ

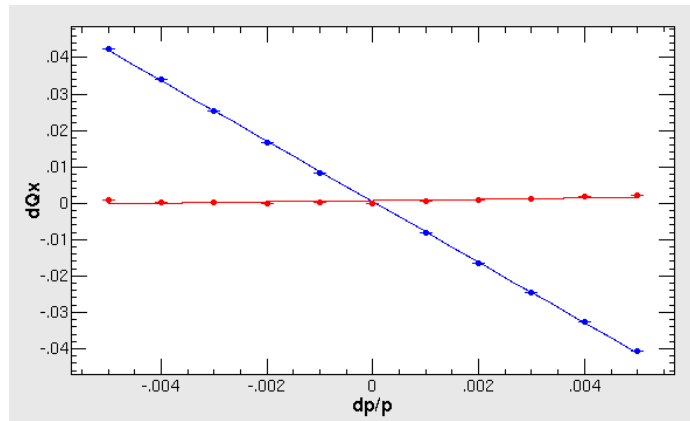


図4.2 補正前と補正後の運動量のずれに対する水平(x)方向ベータトロン振動数のずれ

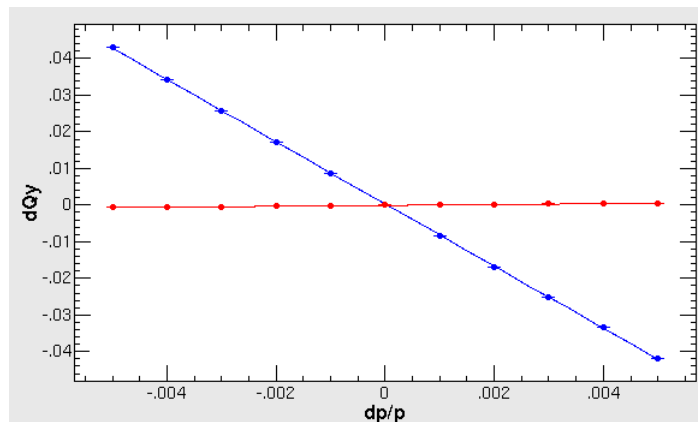


図4.3 補正前と補正後の運動量のずれに対する垂直(y)方向ベータトロン振動数のずれ

次に各ベータロン振動数(x , y)に対して、補正前と補正後で粒子追跡法によるダイナミックアパーチャの解析を行った[9][10]。ダイナミックアパーチャとは、真空ダクトなどで制限される物理的なアパーチャでなく、軌道安定性から計算される安定に周回するビームのエミッタンスである。しかし、この解析手法は電磁石や真空管などで制限される物理的なアパーチャを計算コードに加え、粒子の初期値のエミッタンスを徐々に増加させ、周回計算を行う。そして、その粒子追跡を行い、各ベータロン振動数(x , y)における周回可能なエミッタンスを求める手法である。3.1節の共鳴でも述べたが、非線形振動は振動の振幅がある一定値を越えると振動が不安定になるため、共鳴を生じるベータロン振動数(x , y)では周回可能なエミッタンスは小さくなり、もちろん強い共鳴を生じる場合は安定に周回せず、周回可能なエミッタンスはゼロに近くなる。これは、リングで共鳴がどのようになっているのか、共鳴があるとすれば、その共鳴の幅はどのくらいかということ調べるのが可能であり、リングの運転上好ましいベータロン振動数の動作点を選ぶために重要なことである。

今回、水平方向のベータロン振動数 x を 6.05 から 6.95 まで、垂直方向のベータロン振動数 y を 6.05 から 6.50 まで変化した。また、粒子のエミッタンスを 0 mm mrad から 600 mm mrad まで変化させ、5000 周の周回計算を行い、周回可能なエミッタンスを求めた。また、運動量の違いによりベータロン振動数にずれが生じるため、 $p/p = 0, 0.5\%$ の場合について評価を行った。

補正前の $p/p = 0, 0.5\%$ のチューン図をそれぞれ図 4.4、4.5 に示す。それぞれ $p/p = 0, 0.5\%$ に対応している。これらの図 4.4 より、以下のベータロン振動数共鳴が顕著に現れている。

* $2x - 2y = 0$ (四極電磁石の設置誤差による成分)

* $x - 2y = -6$ (六極成分による 3 次共鳴)

* $4x = 27$ (八極成分による 4 次共鳴)

各共鳴線の共鳴幅は、小さいことがわかる。しかし、クロマティシティによるベータロン振動数のずれによって共鳴線にかかり、エミッタンスが減少している様子が、図 4.5 の $x - 2y = -6$ と $4x = 27$ の共鳴線において顕著に見られた。

補正後の $p/p = 0, 0.5\%$ のチューン図をそれぞれ図 4.6、4.7 に示す。図 4.7 より、クロマティシティ補正により、補正前に $x - 2y = -6$ と $4x = 27$ の共鳴で見られたクロマティシティによるベータロン振動数のずれが減少し、結果としてベータロン振動数の動作領域が増大した。しかし、クロマティシティ補正用の六極電磁石を励磁したことにより、リング内の六極成分が増大し、非線形振動による不安定領域が広がったため、結果的に $x - 2y = 6$ の 3 次共鳴の強さと共鳴幅が増大した。

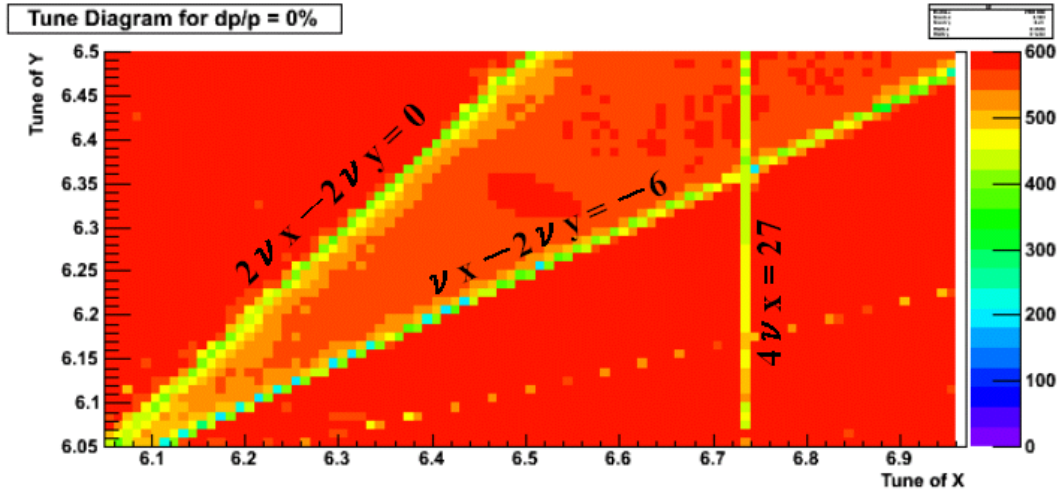


図 4 . 4 補正前の $p/p=0\%$ におけるチューン図

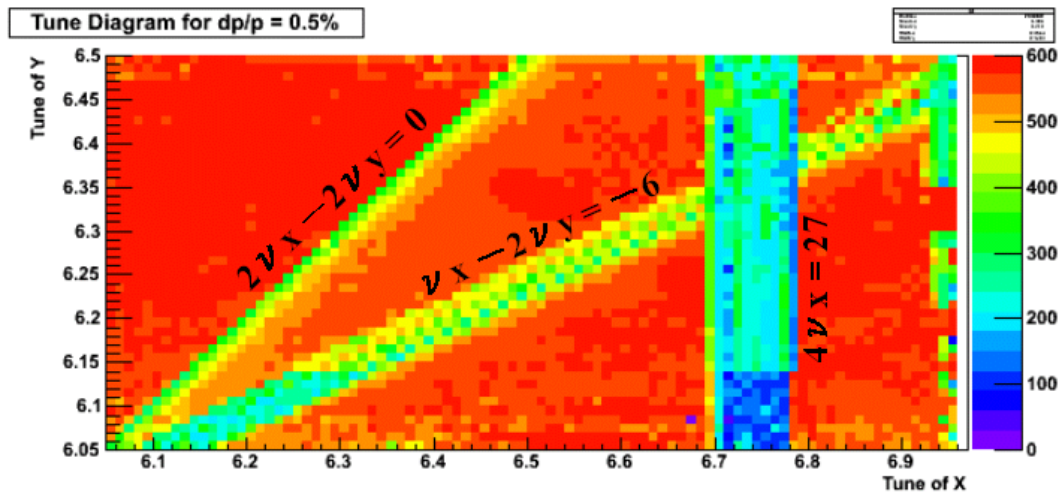


図 4 . 5 補正前の $p/p=0.5\%$ におけるチューン図

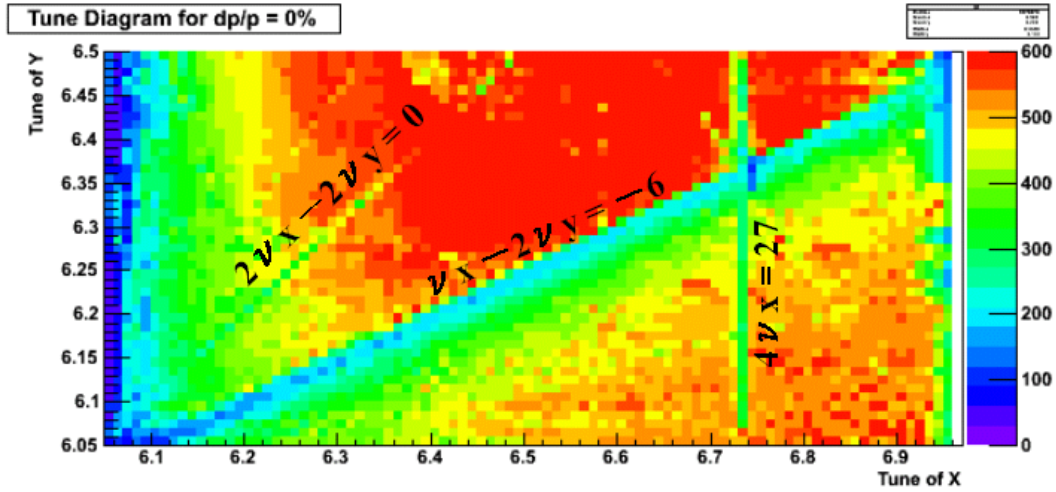


図 4 . 6 補正後の $p/p=0\%$ におけるチューン図

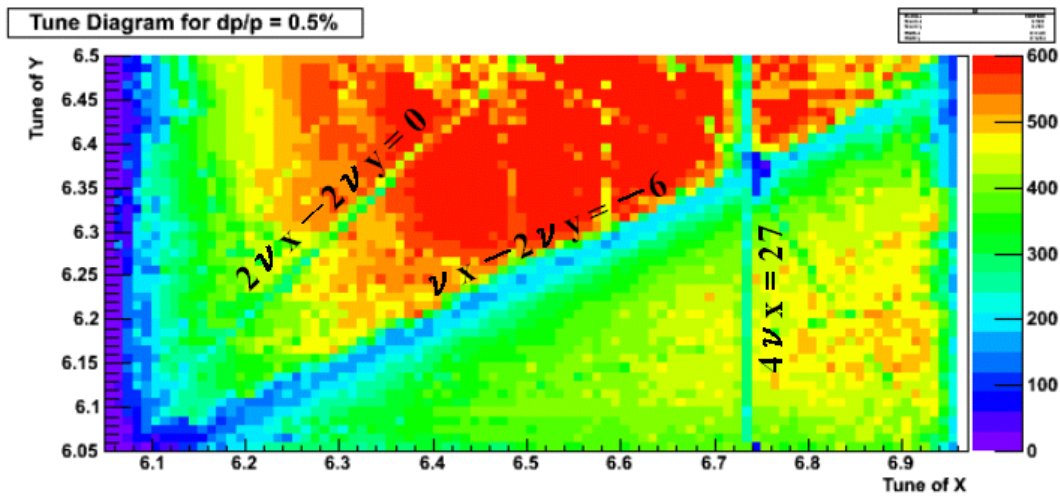


図 4 . 7 補正後の $p/p=0.5\%$ におけるチューン図

4.2節 ベータトロン振動数の3次共鳴の補正

クロマティシティを補正するための六極電磁石の励磁や電磁石誤差などによる六極磁場がリング内にあると、3.1節より

$$\begin{aligned} 3\nu_x &= n \\ \nu_x \pm 2\nu_y &= n \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\nu_x = n$$

という共鳴が生じる。 $3\nu_x = n$, $\nu_x \pm 2\nu_y = n$ の共鳴を**3次共鳴**という。 ν_x , ν_y はそれぞれ水平方向と垂直方向のベータトロン振動数であり、 n は整数である。RCSでは、4.1節のダイナミックアパーチャ評価で示したように、3次共鳴

$$\nu_x - 2\nu_y = -6 \quad (4.5)$$

で強い共鳴を生じる。図4.8にチューン図(ν_x , ν_y : 6.0から7.0)におけるこの3次共鳴線(赤線)と現在のRCSで設定予定の動作点(ν_x , ν_y) = (6.68, 6.27)を示す。RCSにおける空間電荷力によるベータトロン振動数の広がり、ラスレットの式[15]より0.3MW出力では0.18、0.6MW出力では0.36となるため、出力の増強に向けて、 ν_y を6.27より大きくしなければ、 $\nu_y = 6$ の整数共鳴線に触れてしまう。しかし、 ν_y を大きくすると3次共鳴線に触れてしまい、大きなビーム損失を引き起こす恐れがある。そこで、この3次共鳴の補正が重要であると考え、3次共鳴の補正手法の検討を行った。

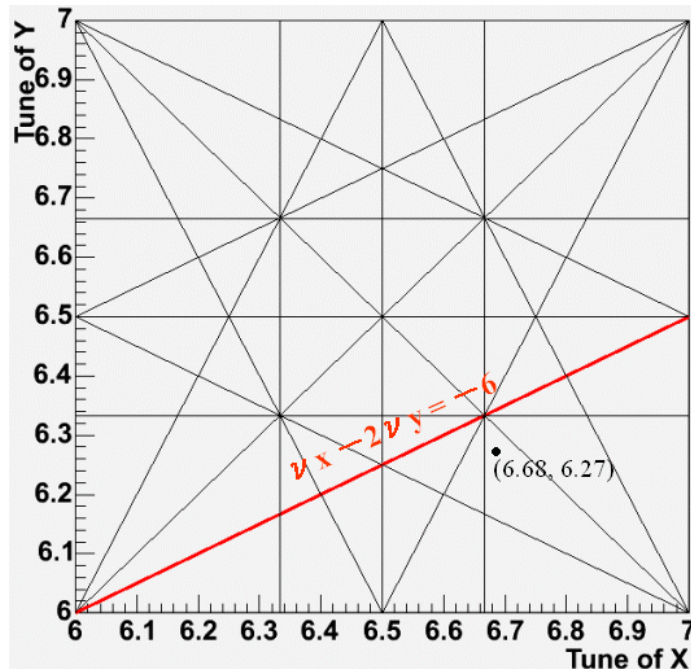


図4.8 チューン図における3次共鳴線 ($\nu_x - 2\nu_y = -6$)

まずこの共鳴を補正するために、3次共鳴($\nu_x - 2\nu_y = -6$)近傍の振動と共鳴幅について考えた。この3次共鳴近傍のハミルトニアンは、

$$H_4(\phi_x, J_x, \phi_y, J_y; \vartheta) = \nu_x J_x + \nu_y J_y + G_{1,-2,\ell} \sqrt{J_x J_y^2} \cos(\phi_x - 2\phi_y - \ell\vartheta + \zeta) \quad (4.6)$$

となる[13]。第1項目と第2項目は四極電磁石に起因する線形項で、第3項目は六極電磁石に起因する非線形項である。ここで、 ν_x, ν_y はそれぞれ水平方向、垂直方向のベータatron振動数、 J_x, J_y はそれぞれエミッタンス ν_x, ν_y の1/2である。 ν_x, ν_y は

$$\begin{aligned} \phi_x &= \chi_x(s) - \nu_x \theta, \quad \chi_x = \int_0^s \frac{1}{\beta_x} ds \\ \phi_y &= \chi_y(s) - \nu_y \theta, \quad \chi_y = \int_0^s \frac{1}{\beta_y} ds \end{aligned} \quad (4.7)$$

であり、 ζ は加速器内でどのように六極成分が分布しているかで決まる位相である。 $G_{1,-2,\ell}$ は

$$G_{1,-2,\ell} \cdot e^{i\zeta} = -\frac{\sqrt{2}}{8\pi} \oint K' \sqrt{\beta_x \beta_y^2} e^{i\{\chi_x(s) - 2\chi_y(s) - (\nu_x - 2\nu_y - \ell)\theta\}} ds \quad (4.8)$$

であり、 K' は六極成分の強さである。この $G_{1,-2,\ell}$ をゼロにすることで、この3次共鳴を補正できる。また、この共鳴の共鳴幅 $|\delta|$ は、

$$|\delta| = |\nu_x - 2\nu_y - \ell| \leq \sqrt{2J_2} G_{1,-2,\ell} \quad (4.9)$$

となる。ここで、 J_2 は

$$J_2 = 2J_x + J_y \quad (4.10)$$

である。RCSでは3種類の六極電磁石 SFX, SDA, SDB でクロマティシティを補正しており、 $G_{1,-2,\ell}$ は、

$$G_{1,-2,-6} \cdot e^{i\zeta} = -\frac{\sqrt{2}}{8\pi} \sum_{\substack{k=SDA, \\ SFX, SDB \\ \dots}} \left\{ \left(K_2^k \cdot \sqrt{\beta_x \beta_y^2} \right)_k e^{i\{\chi_x(s) - 2\chi_y(s) - (\nu_x - 2\nu_y + 6)\theta_k\}} \right\} \quad (4.11)$$

となる。

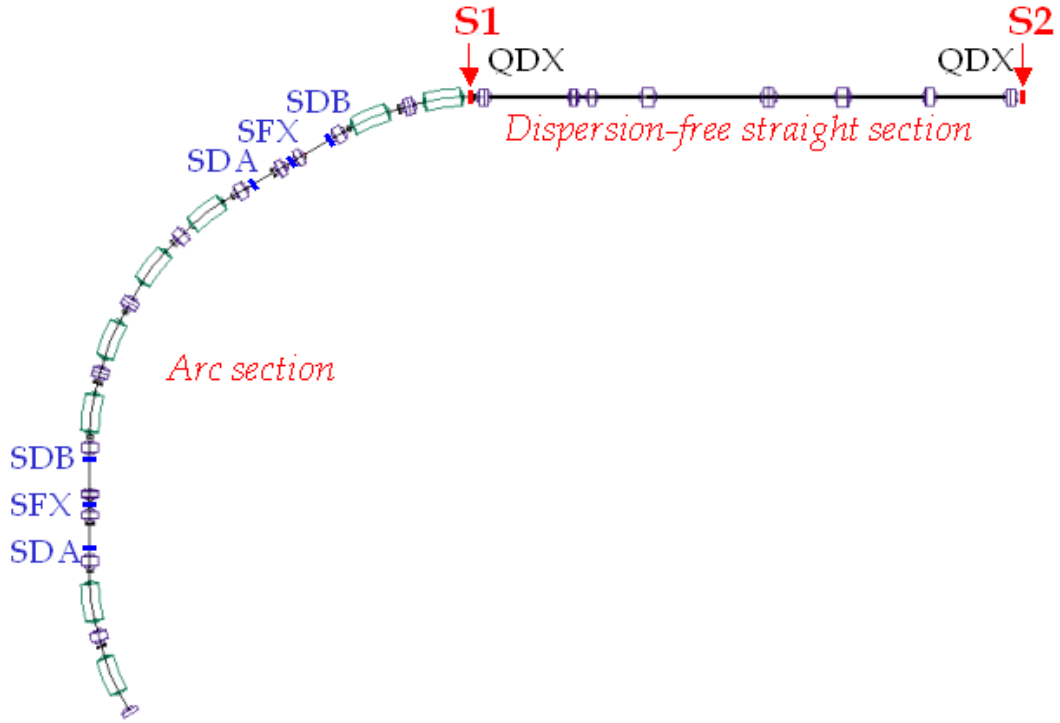


図4.9 リングにおける3次共鳴補正用六極電磁石の配置

さて、この $G_{1,-2,1}$ をゼロに補正するために、新たに2種類の六極電磁石を直線部に設置する手法を考案する。リングにおけるこれらの六極電磁石 S1, S2 の設置を図4.9に示す。これらの六極電磁石を直線部に設置することで、クロマチシティは大きく変動することがない。なぜなら、直線部は分散関数がほぼゼロであるからである。また図4.9の偏向電磁石(緑)と四極電磁石(QDX)の間には、現在空間的にスペースがあり、将来的に設置が可能である。この六極電磁石 S1 と S2 を励磁すると $G_{1,-2,1}$ は、

$$\begin{aligned}
 G_{1,-2,-6} \cdot e^{i\zeta} = & -\frac{\sqrt{2}}{8\pi} \sum_{\substack{k=SDA, \\ SFX, SDB \\ \dots}} \left\{ K_2^k \cdot \sqrt{\beta_x \beta_y^2} \right\}_k e^{i\{\chi_x(s) - 2\chi_y(s) - (v_x - 2v_y + 6)\vartheta_k\}} \\
 & -\frac{\sqrt{2}}{8\pi} \sum_{k=S1, S2} \left\{ K_2^k \cdot \sqrt{\beta_x \beta_y^2} \right\}_k e^{i\{\chi_x(s) - 2\chi_y(s) - (v_x - 2v_y + 6)\vartheta_k\}}
 \end{aligned}
 \tag{4.12}$$

となり、今回 $(x, y) = (6.68, 6.34)$ で $G_{1,-2,1} \sim 0$ となるように S1, S2 の強さ K_2^{S1}, K_2^{S2} を求めた。つまり、 $G_{1,-2,1}$ の実数部と虚数部がゼロとなるようにそれぞれ求めると、

$$\begin{pmatrix} K_2^{S1} \\ K_2^{S2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.4616 \\ 0.6275 \end{pmatrix}$$

となった。

これらのS1とS2の励磁前と励磁後の3次共鳴($\nu_x - 2\nu_y = -6$)の共鳴幅 $| \quad |$ を式()求めた。その結果をそれぞれ図4.10と図4.11に示す。図中の黒点線がこの共鳴線で、赤実線が共鳴幅のしきい値を表している。計算による結果では、3次共鳴が補正されている。

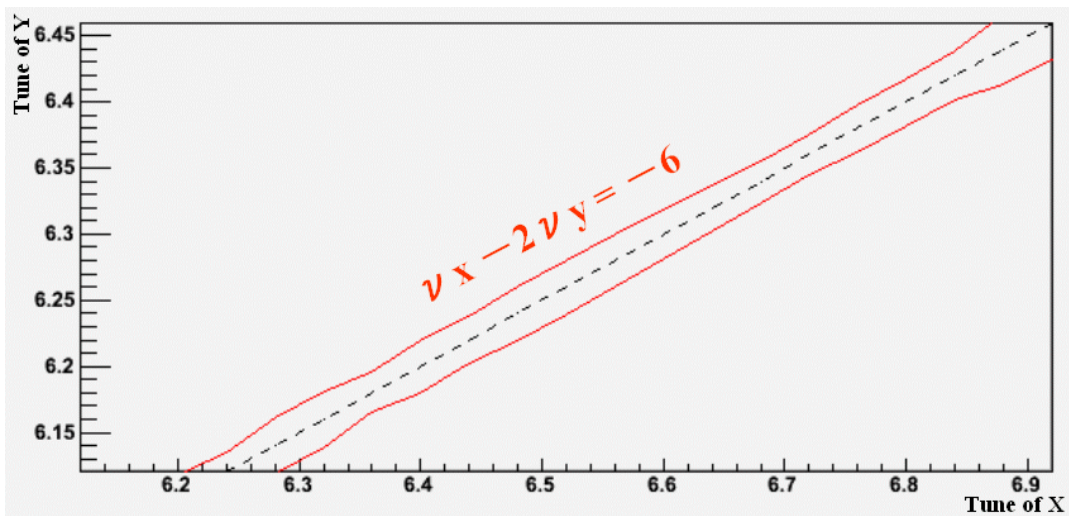


図4.10 補正前3次共鳴の共鳴幅

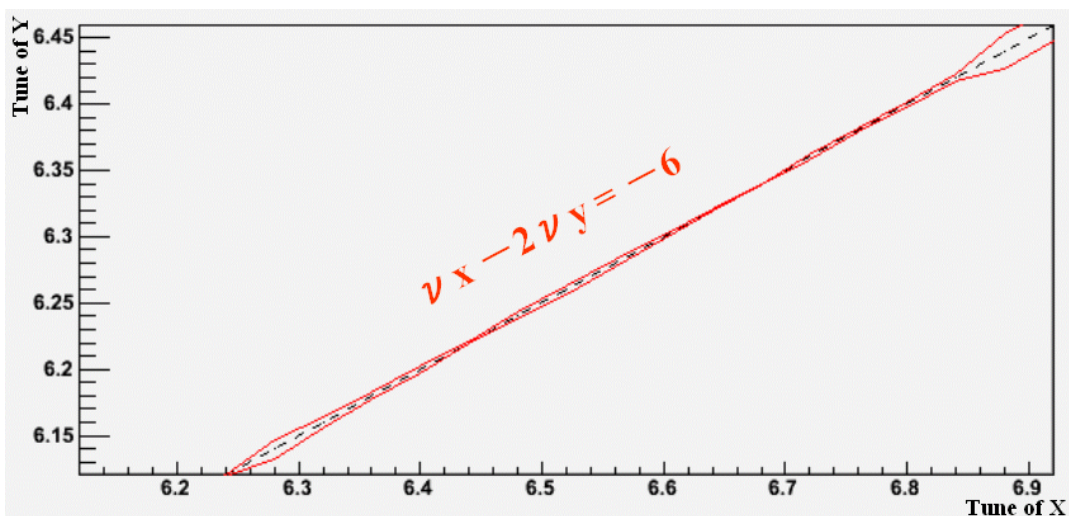


図4.11 補正後3次共鳴の共鳴幅

この3次共鳴補正用六極電磁石 S1 と S2 を仮想加速器に実装し、それぞれ励磁した。そして、ダイナミックアパーチャ評価を行った[9][10]。補正前と補正後の図4.12と図4.13に示す。図より3次共鳴の共鳴幅が小さくなり、3次共鳴近傍の周回可能なエミッタンスが増加した。これより、3次共鳴補正を行うことでベータトロン振動数の動作領域を3次共鳴線より上部に設定することが可能となった。

結果として、ベータトロン振動数3次共鳴の補正手法を確立し、十分なベータトロン振動数の動作領域を確保した。

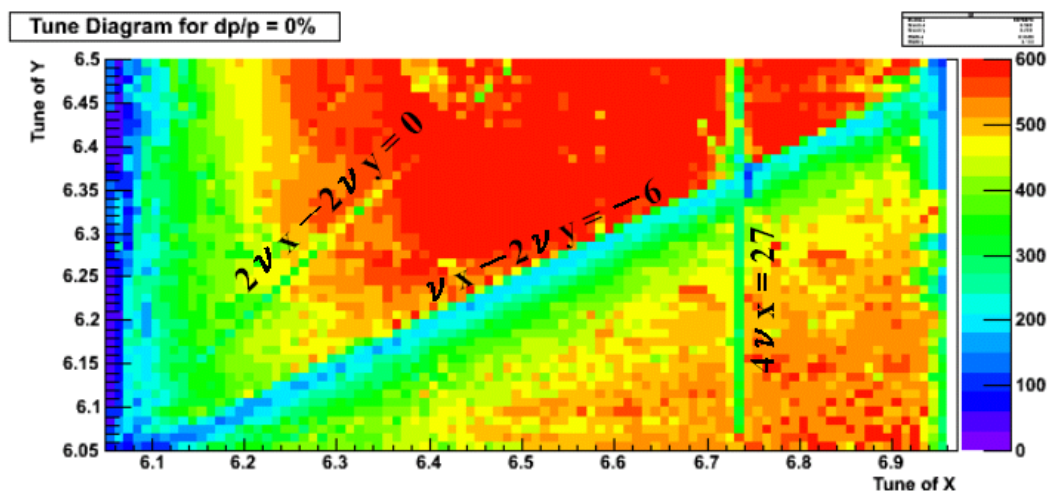


図4.12 3次共鳴補正前のチューン図($p/p=0\%$)

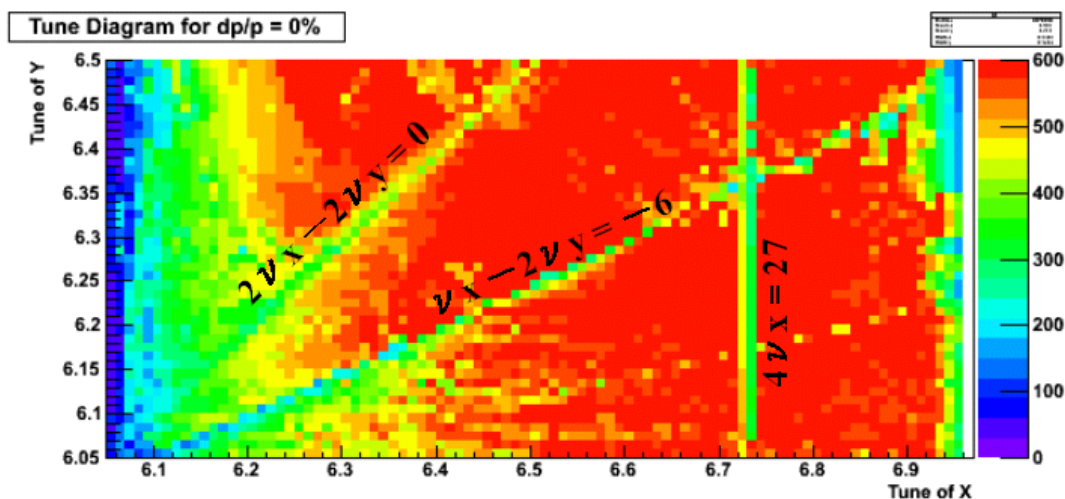


図4.13 3次共鳴補正後のチューン図($p/p=0\%$)

第5章 まとめと考察

5.1節 仮想加速器の基本モデルの構築

5.1.1 仮想加速器の制御インターフェースの構築

(1) 仮想加速器の実加速器制御システムへの組み込みを可能にするため、実加速器の制御プロトコル EPICS を用いて、仮想加速器の制御インターフェースを構築した。その結果、ネットワークを介した、仮想加速器の制御が可能となった。

5.1.2 機器の仮想加速器への実装

(1) マクロ粒子群を周回した際にその重心を出力する機能を持ったビーム位置検出器 (BPM) を仮想加速器に実装した。また、実際の加速器における BPM の測定精度は、主電磁石や高周波加速空洞などの周辺雑音によりゆらぎを生じ、これに起因する測定限界やビーム電流強度による分解能の違いなど、測定精度に制限を与える要因が多数存在する。そこで、これらの測定限界を一括し、分解能として仮想 BPM に実装した。

(2) 仮想加速器でベータトロン振動数測定を模擬し、測定手法の検証を行うため、ベータトロン振動との共鳴を利用して強制的に横方向振動を与える装置であるエキサイターを仮想加速器に実装し、振幅が徐々に増大していく様子を確認した。実装では、計算コード SAD の周回計算機能を用いて、粒子を周回させ、エキサイターの位置での各粒子の情報をもとに外部の計算コードで各粒子に横方向のキック角を与え、再度周回計算に戻すという手法を用いた。

(3) 仮想加速器でクロマティシティ測定を模擬し、測定手法の検証を行うため、高周波加速空洞の周波数を変化させることで、粒子の運動量を変化させる高周波加速空洞を仮想加速器に実装した。

5.2節 ビーム損失抑制にむけた実加速器調整シナリオ作成

5.2.1 光学パラメータの測定手法の確立

(1) 仮想加速器を用いて、周回ごとの BPM による重心値を周波数解析することで、ベータトロン振動数の測定を模擬した。ベータトロン振動数の検出は、BPM の分解能とエキサイターによるベータトロン振幅の増大によって決まり、周波数解析による測定において有効な測定精度を得るためには十分周回数が必要なことが分かった。そのため、RCS における測定ではストレージモード(加速なし)による運転が必須であることが分かった。また、BPM のビーム重心値の測定精度は、周波数解析を行った際に雑音水準として検出された。この雑音水準の増大は、ベータトロン振動数ピークの同定を困難とするが、数回の測定結果を平均化することで雑音のばらつきが抑えられた。しかし、初期運転時は、定常運転時と比較してビームのピーク電流が 30 mA 5 mA と小さい。BPM はビーム通過時に 4 つの電極に誘導する電荷量の非対称性より、ビーム重心を算出するため、ビームのピーク電流が小さいと誘導電荷量の絶対値も小さくなり、BPM の測定精度を悪くする。そのため、BPM 分解能は 1 mm 程度もしくはそれ以上であることも想定される。その場合、周回数 N の増加もしくはエキサイターの帯域制限幅 f_n を狭くすることでベータトロン振動数ピークの信号値の増大が可能である。結果として、ベータトロン振動数の測定手法を確立し、その手法の成立性を確認した。

(2) 仮想加速器を用いて、測定したシンクロトロン振動数から算出する手法でスリッページファクターの測定を模擬した。仮想加速器で BPM 分解能 = 0.2 mm, 周回数 1×10^4 の仮想運転を行った。シンクロトロン振動数は、曲線部の BPM のビーム重心値を周波数解析することで検出が可能であることがわかった。測定精度は周波数解析の精度だけであるため、周回数を多くすることで、精度が向上する。この手法を用いたスリッページファクターの測定では、シンクロトロン振動数の測定精度が、ほとんどスリッページファクターの測定精度を決めているため、精度よく算出することが可能である。スリッページファクターの測定手法を確立し、その手法の成立性を確認した。

(3) 仮想加速器を用いて、高周波加速空洞 RF の周波数を変化させつつ、ベータトロン振動数を測定する手法でクロマチシティの測定を模擬した。この運動量の変化量 p/p を 0.1% ずらすには、周波数を数百 Hz 変化させなければならないが、RCS における RF は 0.1 Hz の精度で変化可能であるため、 p/p を 0.1% 間隔で変化させベータトロン振動数を測定することは十分可能であることが分かった。測定精度は、ベータトロン振動数の精度と p/p の変化に対するベータトロン振動数のデータ数に依存するが、 p/p が -0.5% から 0.5% まで 0.1% ずつ変化させ、 1×10^4 周曲線部の BPM でビーム重心を測定すれば、十分高い精度でクロマチシティの測定が可能であることがわかった。すなわち、クロマチシティ

の測定手法を確立し、その手法の成立性を確認した。

5.2.2 ビーム損失起源の補正手法の確立

(1) 3種類の六極電磁石を用いて、クロマティシティを補正した。ダイナミックアパーチャ解析の結果、補正前は、図4.5よりクロマティシティによるベータトロン振動数の広がりが生じると共鳴線にかかるため、ベータトロン振動数の広がりだけ、共鳴線から離れた動作点を設定しなければいけない。そのため、ベータトロン振動数動作点の設定可能領域が減少した。そこで、仮想加速器で測定されたクロマティシティを打ち消すように、3種類の六極電磁石の励磁量を求め、クロマティシティを補正した。その結果、図4.7よりベータトロン振動数の広がり小さくなり、ベータトロン振動数の動作領域が確保された。しかし、このクロマティシティ補正により、リング内の六極磁場が増加したため、ベータトロン振動数の3次共鳴が強くなり、共鳴幅が大きくなることが分かった。

(2) 空間電荷効果によるベータトロン振動数の広がりを見積もると、ラスレットの式[14]から出力パワー0.3 MW, 0.6 MWでベータトロン振動数の広がりそれぞれで0.18, 0.36となる。現在、想定されている動作点は図3.2の $(x, y) = (6.68, 6.27)$ であり、出力パワーが0.3 MW程度であれば、この効果によるベータトロン振動数の広がり0.18であるため、 $y = 6$ と3次共鳴線 $(x - 2y = -6)$ から十分離れた動作点を選べば、クロマティシティ補正により強くなった3次共鳴を必ずしも補正する必要はないと考えられる。しかし、出力を0.6 MW程度まで増強した場合には、ベータトロン振動数の広がり0.36であるため、 $y = 6$ の共鳴線にかかってしまう。この共鳴線避けるため、ベータトロン振動数の動作点 y は可能な限り大きくしたいが、一方3次共鳴より、大きなビーム損失を引き起こす恐れがある。そのため、大強度出力の運転を考えた場合、この3次共鳴の補正が重要であると考え、3次共鳴の補正手法の検討を行った。

2種類の六極電磁石(S1, S2)を直線部に設置し、3次共鳴近傍のハミルトニアン非線形項を補正するように励磁する手法を検討した。図4.13より3次共鳴の共鳴幅が小さくなり、ベータトロン振動数 y の動作点を大きくすることが可能となることがわかった。これより、十分補正が行えるという結果を得た。

第6章 結論と展望

本研究では、ネットワークを介した仮想加速器制御を可能とし、機器を実装することで、実加速器における各種光学パラメータの測定手法を仮想加速器で模擬した。その結果、各種光学パラメータの測定手法を確立し、成立性を確認した。加えて、ビーム損失の起源を同定し、補正手法を検討した結果、十分に補正が行えるという結果を得た。所期の目的である仮想加速器の基本モデルとシステムの枠組みを構築し、ベータatron振動の共鳴によるビーム損失抑制に向けた調整シナリオ作成の基礎を築いた。

限りなく実加速器に近い仮想加速器に基づく実加速器の制御システムの構築が最終目標である。この新段階の最終目標の実現に向けた今後の課題を以下に挙げる。

- (1) 実加速器の建設に向けて、偏向電磁石、四極電磁石の製造および磁場測定が行われており、実加速器との比較および検討を行うために、測定結果で得られた磁場分布や個体差の仮想加速器へ反映する。
- (2) 出力パワーの増強に伴うビームの振る舞いの詳細を検討するため、仮想加速器における空間電荷効果などの粒子間相互作用の模擬が可能な多粒子周回計算の機能を拡張する。
- (3) エネルギーの時間変化によって、ビームの振る舞いや各電磁石の励磁量も変化する。そこで、加速に伴うビームの振る舞いを詳細に検討するために、仮想加速器における加速過程の機能を拡張する。
- (4) 実加速器におけるその他の光学パラメータの測定や調整には、BPM 以外のビームプロファイルモニタや電流モニタなどを用いるため、仮想加速器で同様の手法で測定および調整を行うために、これらのモニタをモデル化し、実装する。
- (5) 仮想加速器でビーム損失と放射化を見積もるために、ビームによる放射化の計算機能とビーム損失モニタをモデル化し仮想加速器へ実装する。
- (6) 仮想加速器を用いて実加速器を調整するために、その他の光学パラメータの測定および補正手法を確立する。
- (7) この基本モデルを用いた計算では、 1×10^4 周計算に数十時間を必要とする。そこで、仮想加速器を実運転時間で使用可能にするために、計算の簡素化や並列化により計算時間を短縮する。

謝辞

本研究を行うに当たり、研究課題、研究指針、研究環境、論文構成、私生活の全てにおいて、多大なる御指導、御教授を賜った広島大学大学院理学研究科物理科学専攻 志垣 賢太助教授に心より深く感謝いたします。

また、本研究室において本研究を行う環境を支援していただき、多大なる御指導、御教授を賜った広島大学大学院理学研究科物理科学専攻 杉立 徹教授に深く感謝いたします。

J-PARC で研究を行うという素晴らしい機会を与えてくださった日本原子力研究開発機構 山崎 良成加速器グループリーダー、鈴木 寛光主任研究員に深く感謝いたします。

J-PARC における研究に導いていただき、加えて研究課題、研究指針、研究環境、論文構成に多大な御指導、御教授をいただきましたラザフォード国立研究所 町田 慎二研究員、日本原子力研究開発機構 野田 文章研究員、佐甲 博之副主任研究員に深く感謝いたします。

具体的な計算手法や論文構成において、多大なる御指導、御教授をいただきました日本原子力研究開発機構 發知 英明研究員に深く感謝いたします。

ビーム物理、光学パラメータ測定、コミッシュニングシナリオ作成、論文構成、研究環境の構築、私生活において、多大なる御指導、御教授いただいた日本原子力研究開発機構 入江 吉郎主任研究員、苅蒲田 義博研究員、サハ プラナブ研究員、山本 風海研究員に深く感謝いたします。

モニタ、エキサイター、ベータトロン振動数測定において、多大な御教授をいただいた高エネルギー加速器機構 外山 毅助教授、三浦 孝子助手、李 成洙助手、日本原子力研究開発機構 林 直樹副主任研究員に深く感謝いたします。

連絡会議システム、加速器制御において多大なる御指導、御教授をいただいた日本原子力研究開発機構 榊 泰直研究員に深く感謝いたします。

研究展望、私生活において多大の助力、助言をいただいた日本原子力研究開発機構 荻原 徳男主任研究員、金正 倫計副主任研究員、竹田 修研究員に深く感謝いたします。

研究指導に加え、快適な私生活および研究環境を支えていただいた、日本原子力研究開発機構 吉本 政弘研究員、神谷 潤一郎研究員、高柳 智弘研究員、佐藤 健一郎研究員、植野 智晶研究員に心より深く感謝いたします。

事務手続き、事務書類に関して多大なる助力をいただいた日本原子力研究開発機構 中野 保子女史、広島大学理学部物理科学専攻 上原 綾乃女史に深く感謝いたします。

クォーク物理学研究室の皆様、楽しい研究環境や私生活ありがとうございました。

最後に長年にわたって、私を支えてくれている家族に感謝します。

APPENDIX A

シンクロトロン加速器における横方向の運動 (軌道方程式とベータトロン振動)

まず、ビームの進行方向と垂直な平面(x, y)における一般的な軌道の方程式は

$$\frac{d^2x}{ds^2} + \left(\frac{1}{\rho(s)^2} + \tilde{K}(s) \right) \cdot x = 0$$
$$\frac{d^2y}{ds^2} - \tilde{K}(s) \cdot y = 0$$

式 . A-1

と書ける。リング一周にわたって電磁石があつたり、なかつたりするため、 \tilde{K} はsの関数となる。 ρ はBMの曲率半径であり、BMがない場合には $1/\rho = 0$ である。

式()はまとめて、

$$\frac{d^2x}{ds^2} + K(s) \cdot x = 0$$

式 . A-2

と書け、このような微分方程式はHillの方程式として知られている。ここでのxは式()のxとyの両方を表すものである。上記でも述べたように、 $K(s)$ は円形加速器を構成する電磁石の配置によってきまり、一周の周長をLとすると、 $K(s) = K(s+L)$ の周期性を持つ。また、一周あたりにN回周期性がある場合、

$$K(s) = K(s+C)$$

$$C = \frac{L}{N}$$

式 . A-3

で与えられる。

さて、ここで簡単な軌道方程式について述べる。中心軌道の半径をR、一周あたりのベータトロン振動数を ν とすると運動方程式は

$$\frac{d^2x}{ds^2} + \left(\frac{\nu}{R} \right)^2 x = 0$$

式 . A-4

となる。この式()の解は、 $x' = \frac{dx}{ds}$ とおくと、

$$x = x_0 \cos \frac{v}{R} s + \frac{x_0'}{v/R} \sin \frac{v}{R} s$$

$$x' = -\frac{v}{R} x_0 \sin \frac{v}{R} s + x_0' \cos \frac{v}{R} s$$

式 . A-5

となる。ここで x_0, x_0' は $s=0$ のときの初期値である。ここで $k = v/R$ において、マトリックスを使って書くと

$$\begin{bmatrix} x \\ x' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos ks & \frac{1}{k} \sin ks \\ -k \sin ks & \cos ks \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_0' \end{bmatrix}$$

式 . A-6

となる。これはまた、

$$\begin{bmatrix} x \\ x'/k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos ks & \sin ks \\ -\sin ks & \cos ks \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_0'/k \end{bmatrix}$$

式 . A-7

ともかける。式()から粒子が1周回るとき、 2π 回振動することがわかる。このように1周回ったときの粒子の振動回数を**ベータトロン振動数**(またはベータトロンチューンと呼ぶ)という。もちろん、 x 方向(水平方向)、 y 方向(垂直方向)のそれぞれに対してベータトロン振動数(それぞれ k_x, k_y と表記する)がある。これは、整数とは限らない。

ここで、 k は波動の波数ベクトルともみなすことができるので、

$$k = 2\pi / \lambda$$

式 . A-8

となる。ここで λ は波長である。この逆数 $\lambda/2\pi$ を**ベータトロン振幅**といい、

$$\beta = \lambda / 2\pi = R/v = 1/k$$

式 . A-9

である。ここで次式が成り立つ。

$$2\pi\nu = \oint \frac{ds}{\beta}$$

式 . A- 10

ここでの積分は一周にわたるものとする。

また、式()より、

$$x^2 + \left(\frac{x'}{k}\right)^2 = const$$

式 . A- 11

を導くことができる。この定数は単に振動の振幅の 2 乗である。また、この式は楕円の式であるので、この楕円の面積を ε とし、 x の振幅を A とすると、

$$\pi\varepsilon = \int dx dx' = \pi A^2 k$$

式 . A- 12

となる。これより、

$$\varepsilon = A^2 k = A^2 / \beta$$

式 . A- 13

となるが、この ε をエミッタンス(emittance)といい、これは不変量である。式()のマトリックスの行列式は 1 であるが、これもまた面積が不変であることを示している。ゆえに、式()は

$$x = A \cos\left(\frac{\nu}{R}s + \phi_0\right) = \sqrt{\varepsilon\beta} \cos\left[\int_0^s \frac{ds}{\beta} + \phi_0\right]$$

式 . A- 14

$$x' = -\frac{\nu A}{R} \sin\left(\frac{\nu}{R}s + \phi_0\right) = -\sqrt{\frac{\varepsilon}{\beta}} \sin\left[\int_0^s \frac{ds}{\beta} + \phi_0\right]$$

式 . A- 15

ともかける。(ϕ_0 は適当な初期位相)

次に、一般的な粒子の運動に関して述べる。このとき、1 回リングを周回した粒子の位置 x 、傾き x' はあるマトリックス M を使って、

$$\begin{bmatrix} x \\ x' \end{bmatrix}_1 = M \begin{bmatrix} x \\ x' \end{bmatrix}_0$$

$$M = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

式 . A- 16

とかける。ただし、この M は 1 周あたりのマトリックスである。また、面積は不変であるために、 $\det M = 1$ である。また、表記として、

$$\vec{x}_0 = \begin{bmatrix} x \\ x' \end{bmatrix}_0$$

とすると、N 回リングを回ったあとの (x, x') は

$$\vec{x}_N = M^N \vec{x}_0$$

式 . A- 17

とかける。運動が安定であるためには、M の固有値を とすると

$$|\lambda| \leq 1$$

式 . A- 18

である必要がある。なぜなら、M の固有ベクトルを \vec{v}_1, \vec{v}_2 とすると、 \vec{x}_0 は一般的に

$$\vec{x}_0 = c_1 \vec{v}_1 + c_2 \vec{v}_2$$

式 . A- 19

という形にかけ、

$$\vec{x}_N = c_1 \lambda_1^N \vec{v}_1 + c_2 \lambda_2^N \vec{v}_2$$

式 . A- 20

となるため、 の絶対値が 1 より大きいと、何回も回るうちに x がどんどん大きくなり、そのうちリングの外に飛び出してしまうからである。運動の安定性を求めるために一周あたりのマトリックス M の固有値を求める。

$$\det(M - \lambda I) = 0$$

式 . A- 21

より、

$$\lambda^2 - \lambda(a+b) + ad - bc = 0$$

式 . A- 22

となる。また、 $\det M = 1$ より、 $ad - bc = 1$ となり、

$$\lambda^2 - \lambda(a+d) + 1 = 0$$

式 . A- 23

となり、この二つの固有値を λ_1 、 λ_2 とすると

$$\lambda_1 \lambda_2 = 1$$

であるので、

$$\lambda_1, \lambda_2 = e^{\pm i\mu}$$

とおくことができ、式()より、

$$\cos \mu = \frac{1}{2}(a+d)$$

式 . A- 24

となる。またより安定であるためには、 μ が実数であることが必要である。ゆえに、

$$a+d = \text{Tr}M \leq 2$$

式 . A- 25

でなければならない。ここで、 $\text{Tr}M$ は M の対角和のことである。

次に M の a, b, c, d を μ と適当な 3 つの量を使って表すと、

$$a-d = 2\alpha \sin \mu$$

$$b = \beta \sin \mu$$

$$c = -\gamma \sin \mu$$

式 . A- 26

とおくことができ、このとき M は

$$M = \begin{bmatrix} \cos \mu + \alpha \sin \mu & \beta \sin \mu \\ -\gamma \sin \mu & \cos \mu - \alpha \sin \mu \end{bmatrix}$$

式 . A- 27

となる。 $\det M = 1$ の条件より、

$$\beta\gamma - \alpha^2 = 1$$

式 . A- 28

または

$$\gamma = \frac{1 + \alpha^2}{\beta}$$

式 . A- 29

の関係が出てくる。これらの3つの量、 α 、 β は **Twiss Parameter** と呼ばれ、加速器内のビームの振る舞いを記述する上で重要な量である。また、 μ はリング一周あたりの振動数 (**ベータトロン振動数**) を使って

$$\mu = 2\pi\nu$$

式 . A- 30

と書け、これは α が正であることを示している。また、上記 β はベータトロン振幅 と同等であり、上記のマトリックス M は、リング一周の **トランスファーマトリックス** と呼ばれ、リング内のトランスファーマトリックス全ての積である。

簡単な場合の軌道方程式を式()に示したが、一般的な場合の軌道方程式(粒子の位置 x と傾き $x' = dx/ds$)は、上記の α 、 β の Twiss Parameter を使って以下のように示される。

$$\begin{aligned} x(s) &= \sqrt{\varepsilon\beta(s)} \cos[\psi(s) + \psi_0] \\ x'(s) &= -\sqrt{\varepsilon/\beta(s)} \{ \alpha(s) \cos[\psi(s) + \psi_0] + \sin[\psi(s) + \psi_0] \} = -\sqrt{\varepsilon\gamma(s)} \sin[\psi(s) + \psi_0] \end{aligned}$$

式 . A- 31

このときの ε は **エミッタンス** のことである。また、

$$\psi(s) = \int_0^s \frac{ds}{\beta(s)}$$

式 . A- 32

となることが示される。 $\psi(s)$ は位相であり、リング一周にわたって追いかけていけば、粒子が x 方向に何回振動したかということがわかる。よって、その振動数を ν とすると、

$$2\pi\nu = \int_0^L \frac{ds}{\beta(s)}$$

式 . A- 33

(L はリング一周の長さ)

となり、 μ の不定性は消え、 μ をはっきりと決めることができる。

APPENDIX B

シンクロトロン加速器における縦方向の運動 (位相安定性の原理とシンクロトロン振動)

運動量 p の粒子に対する平衡軌道の長さを C 、運動量のずれ Δp に対する平衡軌道の長さのずれを ΔC とする。ずれが小さいときの ΔC と Δp の関係は、比例定数 α を用いて、

$$\frac{\Delta C}{C} = \alpha \frac{\Delta p}{p}$$

式 . B - 1

と表すことができる。

ここで、磁場分布が軸対称の場合を考える。 $p = erB$ の関係から p 、 r 、 B の微小量の間になり立つ関係式は誤差伝播より、

$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta r}{r}$$

式 . B - 2

となる。また、 r と B の微小量の間には、

$$\frac{\Delta B}{B} = -n \frac{\Delta r}{r}$$

式 . B - 3

の関係が成り立つ。これを式(2)に代入すると、

$$\frac{\Delta p}{p} = (1-n) \frac{\Delta r}{r}$$

式 . B - 4

の関係が得られる。したがって、軸対称の磁場分布の場合、比例定数 α は、

$$\alpha = \frac{1}{(1-n)}$$

式 . B - 5

となる。これからわかるように、 α は磁場分布の形のみによって決まる定数である。 α はモーメンタム・コンパクション・ファクター(momentum compaction factor)とよばれ、運動量に対する平衡軌道の長さの依存性を示す量である。

次に、周回運動の周期と運動量の関係を考える。周回運動の周期を T 、粒子の速度を v とする。 $T=C/v$ からそれぞれの微小量の間関係は、誤差伝播より、

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta C}{C} - \frac{\Delta v}{v}$$

式 . B - 6

となる。速度と運動量の微小量の間には、

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{1}{\gamma^2} \frac{\Delta p}{p}$$

式 . B - 7

の関係があるので、式()より、

$$\frac{\Delta T}{T} = \left(\alpha - \frac{1}{\gamma^2} \right) \frac{\Delta p}{p}$$

式 . B - 8

の関係が得られる。ここで、 α はローレンツガンマ、つまり全エネルギーを静止エネルギーで規格化したものである。これより、粒子のエネルギーがある値より小さいとき（つまり括弧内の符号が負のとき）運動量が増加すると周期が短くなる。これは、速度の増加率が軌道長の増加率を上回るためである。また、

$$\eta = \left(\alpha - \frac{1}{\gamma^2} \right)$$

式 . B - 9

と定義され、 η はスリッページファクターと呼ばれ、通常この形で使用される。

次に、加速高周波に対する粒子の位相振動とそれに伴うエネルギーの振動を記述する方程式を求める。以下では、軸対称の磁場分布を仮定するが、ここで述べられる結論は、軸対称でない一般の場合にも当てはまる。

円柱座標で表した運動量 p は、

$$p = \sqrt{(m\dot{r})^2 + (mr\dot{\theta})^2 + (m\dot{z})^2}$$

式 . B - 10

である。ここで、ベータトロン振動の振幅が小さいときには $p_r, p_z \ll p_\theta$ であるので、ここでは、 $p = mr\dot{\theta}$ とおくことができる。また、粒子の軌道は中心面の近くになると仮定して $\dot{z} = 0$ とおくと、運動方程式は

$$\frac{dp}{dt} = eE_\theta$$

式 . B - 11

となる。これは運動量の時間変化が 方向の電場の強さにのみ関係していることを示している。

次に E_θ を求める。いま、リング上の $\theta = 0$ に高周波加速空洞 (加速ギャップ) があるとす。空洞の長さを無視すると、加速電場の強さは、デルタ関数を用いて、

$$E(\theta, t) = (V/r_s) \delta(\theta) \sin(\omega_{rf} t + \phi_s)$$

式 . B - 12

となる。ここで、 ω_{rf} は高周波の周波数、 ϕ_s は任意の位相である。また、中心軌道 (半径 r_s) に沿って E を積分したものが V に等しくなるように係数を決めた。加速高周波の周波数としては、中心軌道上を運動する粒子の周回周波数 ω_s でもよいが、その整数倍に選んでも差し支えない。そこで、

$$\omega_{rf} = h\omega_s$$

式 . B - 13

と表す。この h はハーモニックナンバーと呼ぶ。また、式(1)の関数 $\delta(\theta)$ は、 $\theta = 0$ について 2π を周期とする周期関数である。これより、実効的な加速電場は、

$$E = \left(\frac{V}{2\pi r_s} \right) \sin \phi$$

式 . B - 14

となり、ここでの位相 ϕ は次式で与えられる。

$$\phi = \omega_{rf} t + \phi_s - h\theta$$

式 . B - 15

中心の運動量を持つ粒子 (中心軌道上を運動する粒子) が空洞 ($\theta = 0$) を通過する時刻

を $t=0$ とすると、このとき粒子が受ける加速電場の強さは、

$$E = (V/2\pi r_s) \sin \phi_s$$

式 . B - 16

である。この式(16)を式(15)に代入すると、中心運動量 p_s を持つ粒子に対する方程式は

$$\frac{dp_s}{dt} = \frac{eV}{2\pi r_s} \sin \phi_s$$

式 . B - 17

となる。中心運動量を持つ粒子に対しては、周回の周期が加速高周波の周期の整数倍となっているので、粒子はつねに高周波に同期して同じ位相にあり、式(17)で与えられる割合で加速され運動量が増加する。この位相 ϕ_s は同期位相または平衡位相、中心運動量をもつ粒子は同期粒子とそれぞれ呼ばれる。

周回する粒子は異なる運動量をもっているため、これらの粒子も安定に周回させ、そして加速させることが重要となる。そこで、中心運動量 p_s から p だけずれた運動量を持つ粒子の運動を考える。この粒子に対する方程式は、式(17)と式(15)から、

$$\frac{d(p_s + \Delta p)}{dt} = \frac{eV}{2\pi r_s} \sin \phi$$

式 . B - 18

となる。一般の粒子は必ずしも $t=0$ で加速空洞を通過するとは限らないので、高周波の位相も ϕ_s とは限らない。式(18)と式(15)から p に関する微分方程式を作ると、

$$\frac{d(\Delta p)}{dt} = \frac{eV}{2\pi r_s} (\sin \phi - \sin \phi_s)$$

式 . B - 19

となる。式(19)に r_s を掛け、さらに運動量とエネルギーの微小量の関係式、

$$\begin{aligned} \Delta E &= v_s \Delta p \\ \Delta p &= \frac{\Delta E}{v_s} = \frac{\Delta E}{r_s \omega_s} \end{aligned}$$

式 . B - 20

を用いると、 E に関する微分方程式が得られる。

$$\frac{d(\Delta E/\omega_s)}{dt} = \frac{eV}{2\pi} (\sin \phi - \sin \phi_s)$$

式 . B - 21

次に、位相 ϕ に関する微分方程式を求める。位相を表す変数として同期位相 ϕ_s からのずれを $\Delta\phi$ とする。

$$\Delta\phi = \phi - \phi_s$$

式 . B - 22

これを t で微分し、式(21)を用いると

$$\frac{d(\Delta\phi)}{dt} = \omega_{rf} - h\dot{\theta} = \omega_{rf} - h\omega$$

式 . B - 23

が得られる。同期粒子の角周波数 ω_s からのずれを $\Delta\omega$ とし、 $\omega_{rf} = h\omega_s$ を用いると

$$\frac{d(\Delta\phi)}{dt} = h(\omega_s - \omega) = -h\Delta\omega$$

式 . B - 24

さて、式(24)は、 $T = 2\pi / \omega$ の誤差伝播の式、

$$\frac{\Delta T}{T} = -\frac{\Delta\omega}{\omega}$$

式 . B - 25

を用いて、 $\Delta\omega$ と Δp との関係式に変換すると次のようになる。

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_s} = -\left(\alpha - \frac{1}{\gamma^2}\right) \frac{\Delta p}{p_s}$$

式 . B - 26

ここで、

$$\eta = \alpha - \frac{1}{\gamma^2}$$

とおくと、式(26)は

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_s} = -\eta \frac{\Delta p}{p_s}$$

式 . B - 27

となる。 はスリッページファクターであり、式()と式()から に関する微分方程式

$$\frac{d(\Delta\phi)}{dt} = h\eta\omega_s \frac{\Delta p}{p_s}$$

式 . B - 28

が得られる。さらに、運動量とエネルギーの微小量の関係は、ローレンツベータ を用いると、

$$\frac{\Delta p}{p_s} = \frac{1}{\beta_s^2} \frac{\Delta E}{E_s}$$

式 . B - 29

とも書けるから、位相に関する最終的な微分方程式は、

$$\frac{d(\Delta\phi)}{dt} = h\eta \frac{\omega_s}{\beta_s} \frac{\Delta E}{E_s}$$

式 . B - 30

つまり、

$$\Delta E = \frac{\beta_s^2}{\omega_s^2} \cdot \frac{E_s}{h\eta} \cdot \frac{d(\Delta\phi)}{dt}$$

式 . B - 31

となる。これを式()に代入すると、位相についての振動の方程式、

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\beta_s^2 E_s}{\eta \omega_s^2} \cdot \frac{d(\Delta\phi)}{dt} \right] = \frac{heV}{2\pi} (\sin \phi - \sin \phi_s)$$

式 . B - 32

が得られる。これは、非同期粒子が加速空洞を通過するとき、高周波に対する位相 が同期位相 ϕ_s に対して行う振動を表している。このような振動を位相振動という。式()から明らかのように、位相の振動があると、エネルギーも中心エネルギー E_s のまわりに振動する。このような位相とエネルギーに関する振動を総称してシンクロトロン振動という。

位相振動の方程式に現れる係数は一般に時間の関数であるが、この節では係数は時間的に一定であると仮定する。このようにすると式()は、

$$\frac{E_s}{\eta\omega_0^2} \cdot \frac{d^2\phi}{dt^2} = \frac{heV}{2\pi} (\sin\phi - \sin\phi_s)$$

式 . B - 33

と書ける。ここで、 $\omega_s = \omega_s / \omega_0$ は $v=c$ の粒子に対する角周波数である。また、この式()は定数を移項すると、

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} = \frac{heV\eta\omega_0^2}{2\pi E_s} (\sin\phi - \sin\phi_s)$$

式 . B - 34

と書ける。式()によって記述される非線形振動方程式を解く前に、まず微小振動について取り扱う。位相振動の振幅が小さいときは、

$$\phi = \phi_s + \psi, \quad \psi \ll 1$$

とすると、

$$\frac{d^2(\phi_s + \psi)}{dt^2} = \frac{heV\eta\omega_0^2}{2\pi E_s} (\sin(\phi_s + \psi) - \sin\phi_s)$$

式 . B - 35

となり、

$$\frac{d^2\phi_s}{dt^2} = 0$$

と正弦定理より、

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} = \frac{heV\eta\omega_0^2}{2\pi E_s} (\sin\phi_s \cos\psi + \cos\phi_s \sin\psi - \sin\phi_s)$$

式 . B - 36

となる。 $\psi \ll 1$ なので、

$$\cos\psi \approx 1, \quad \sin\psi \approx \psi$$

となるので、 ψ に関する微分方程式は、

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} - \frac{heV\eta\omega_0^2 \cos\phi_s}{2\pi E_s} \cdot \psi = 0$$

式 . B - 37

となる。これは、同期位相のまわりの単振動を表す。また、その周波数 ω_s は、

$$\Omega_s = \omega_0 \sqrt{-\frac{heV\eta \cos \phi_s}{2\pi E_s}}$$

式 . B - 38

である。 $\eta < 0$ で、振動数に変換すると、

$$\nu_s = \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2 - 1}} \sqrt{\frac{heV \cos \phi_s}{2\pi E}} \cdot \eta$$

式 . B - 39

となる。このような振動数をシンクロトロン振動数（シンクロトロンチューン）という。この式()をスリッページファクター η の式に変換すると、

$$\eta = \frac{2\pi E \nu_s^2 (\gamma^2 - 1)}{heV \cos \phi_s \gamma^2}$$

式 . B - 40

となる。求められたシンクロトロン振動数 ν_s からスリッページファクター η を求めることができる。

参考文献

- [1] J-PARC | 大強度陽子加速器計画, <http://jkj.tokai.jaeri.go.jp/>
- [2] 山崎 良成, 長谷川 和男, 鈴木 寛光, 富澤 正人, 「J-PARC 加速器」, 研究紹介, 2005
- [3] EPICS Home Page, <http://www.aps.anl.gov/epics/>, Argonne National Laboratory
- [4] 平松 成範, 「ビームモニター」, 平成 15 年度技術部職員専門研修講義録
- [5] Takako Miura, Takeshi Toyama, Susumu Igarashi and Naoki Hayashi, “Measurement of betatron-tune in the KEK 12GeV-PS/J-PARC”, Proceedings of the 1st Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan and the 29th Linear Accelerator Meeting in Japan
- [6] 外山 毅, 「コースティング・ビームの横方向エキサイターに対する応答」, Accelerator Study Note of ASN-443, 2001
- [7] SAD Home Page, KEK, since 1986, <http://acc-physics.kek.jp/SAD/sad.html>
- [8] 生出 勝宣, 「SAD / Tkinter の使い方」, 1997 年 10 月 29 日
- [9] 鎌田 進 他, 「加速器における計算機シミュレーション」, 高エネルギー加速器セミナー, 1999
- [10] 亀井 亨, 木原 元央, 「加速器科学」丸善株式会社, 1993
- [11] F. Zimmermann, “Measurement and Correction of Accelerator Optics”, SLAC-PUB-7844, June 1998
- [12] 神谷 幸秀, 「加速器の原理」, 高エネルギー加速器セミナー, 1984
- [13] S.Y.Lee, “Accelerator Physics”, World Scientific Publishing, 1999
- [14] 町田 慎二, 「空間電荷効果」, 高エネルギー加速器セミナー, 2000
- [15] M.Yamamoto, et al., “J-PARC RING RF SYSTEMS”, Proceedings of the 1st Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan and the 29th Linear Accelerator Meeting in Japan, p193-195
- [16] Y.Mori, et al., “A new type of RF cavity for high intensity proton synchrotron using high permeability magnetic alloy”, Proceedings of EPAC98, p229-301
- [17] A. Shishlo, P. Shu, J. Calambos and T. Pelaia, “The EPICS Based Virtual Accelerator – Concept and Implementation”, Proceedings of the 2003 Particle Accelerator Conference
- [18] 吉本 政弘, 「固定磁場強集束シンクロトロン加速器中におけるビームダイナミクスの研究」, 同志社大学大学院工学研究科 電気工学専攻 博士論文