平成 27 年度　修士論文

光子-光子散乱検証に向けた重心系エネルギー MeV 領域の卓上衝突光学系の研究

広島大学大学院理学研究科物理科学専攻
クォーク物理学研究室

学籍番号　M146403 松浦　佳代

指導教官　:　杉立　徹　教授
主査　:　杉立　徹　教授
副査　:　吉田　道利　教授

2016 年 2 月 29 日

概要

素粒子物理学上の真空とは、巨視的に見ると何もない空間でも、微視的に見ると、ハイゼンベルクの不確定性原理の許す範囲で絶えず粒子が生成・消滅を繰り返している。真空の構造を知ることは、宇宙の創生、並びに発展を理解するのに重要であり、素粒子・宇宙物理学の目標の一つである。光子-光子散乱の検証は、2 光子が仮想電子-陽電子対と結合するだけでなく、様々な既知（未知）の場と結合する為、場の情報を得るのに適している。しかし、QED 理論により古くから予言されている仮想電子-陽電子対を介した散乱（以降、QED 光子-光子散乱）でさえ on-shell（厳密に質量が 0 の光子）での検証はなされていない。可視光、X線領域の実験では、重心系エネルギー 1 MeV 以下において散乱断面積が 6 乗に比例して抑制される為である。検証を行う為には、散乱断面積が最大化する重心系エネルギー $1-2$ MeV での光子-光子衝突の実現が重要になる。

重心系エネルギー $1-2$ MeV の光子-光子衝突を行う為に、衝突光子の生成に非線形逆コンプトン散乱を用い、電子の加速・生成には Laser Plasma accelerator(LPA) を用いた図 0.1 のような実験系の設計を行った。a) は実験系全体の上面図、b) は電子収束段から衝突点 (IP) までを拡大した図、c) は光子発生点 (CP) から衝突点 (IP) までのイメージ図である。光子の生成に逆コンプトン散乱を用いると、レーザーの偏光を指定するだけで、偏光を考慮した探索が可能である。LPA は短距離で電子の生成、加速を行える為、実験系をコンパクトにできる。かつ、加速電子の収束に永久磁石で構成した 4 極子磁石を用いることで収束段の小型化をはかった。2018 年稼働予定の高強度レーザー施設 ELI-NP(Extreme Light Infrastructure-Nuclear Physics facility) での実験実施を想定して、実験系の各種パラメータを QED 光子-光子散乱の収量が最大化するよう最適化した。主たる背景事象であるメラー散乱の混入は、角度分布の違い（図 0.2）に注目し、検出器のアクセプタンス決定することで、最小限に抑えることが可能である。これより、背景事象の混入、検出器のアクセプタンスを考慮すると、実現可能な散乱頻度での QED 光子-光子散乱実験が可能である事が明らかになった [1]。さらに、加速電子のエネルギー並びにレーザー光強度を変化させた時の重心系エネルギー、ルミノシティー強度因子を定量化し、本実験系での未知場探索の可能性について考察した。

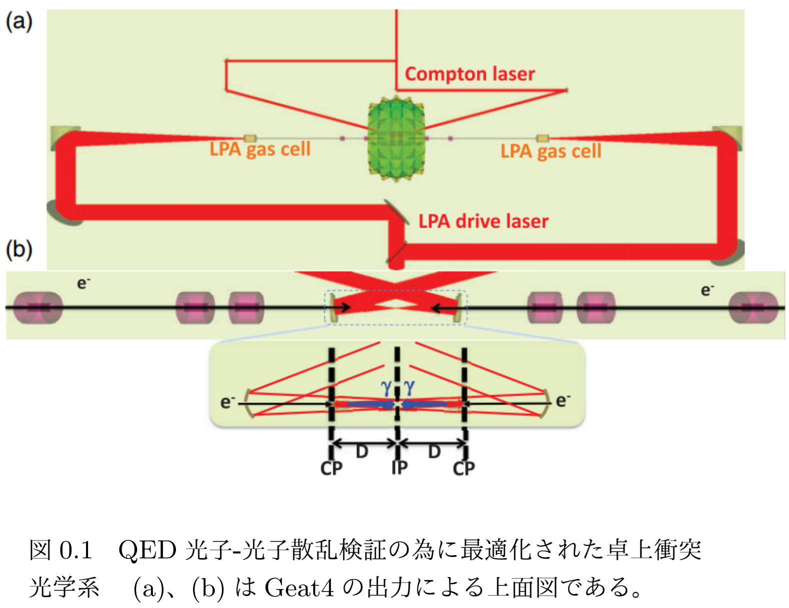


図 0.1　QED 光子-光子散乱検証の為に最適化された卓上衝突光学系　(a)、(b) は Geat4 の出力による上面図である。

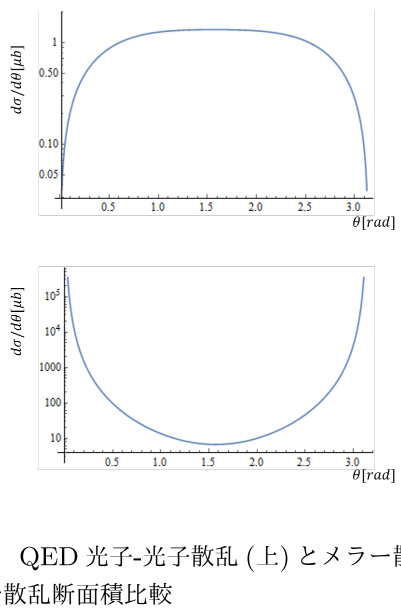


図 0.2　QED 光子-光子散乱 (上) とメラー散乱 (下) の微分散乱断面積比較

目次

図目次

表目次

1　序論

1.1　真空探索

真空という言葉は 2 つの意味がある。なじみ深い意味では、空間中に分子が一つもない”何もない状態”を指す。もう一つは、素粒子・宇宙物理学上の定義である。素粒子物理学上では、真空は巨視的に見ると何もない空間であっても、微視的にみるとハイゼンベルクの不確定性の許す範囲で、絶えず粒子の生成・消滅が繰り返される、揺ぎのある空間なのである。我々の住む宇宙は真空の揺らぎより生まれ、発展し、現在の多様性に満ちた空間となった。真空の構造を知ることは、宇宙の創生、並びに発展を理解する為に重要であり、素粒子物・理学の目標の一つである。

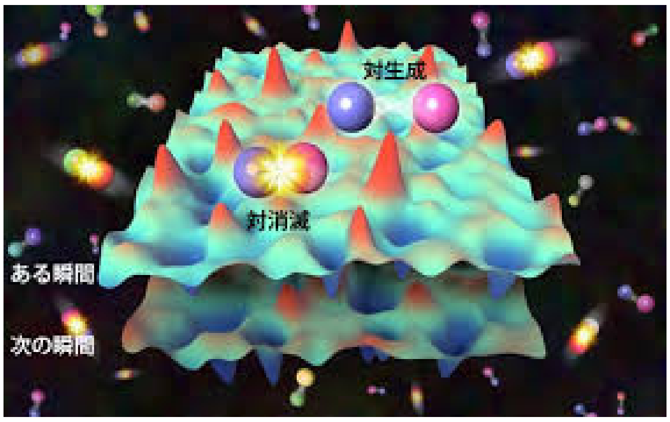


図 1.1　空間の揺らぎにより粒子が消滅・生成を繰り返している図

真空を探索する方法は様々だが、粒子衝突により真空に大きなエネルギーを与える事の出来るコライダー（衝突型加速器）がある。成果として、SLAC によるクォーク自由度の発見、CERN の SPS 加速器による弱い力を伝える W、Z ボソンの発見、ブルックヘブン国立研究所の RHIC 加速器に QCD 相転移 (クォークグルーオンプラズマ) の検証がある。特に、CERN の LHC 加速器による Higgs 粒子の発見は真空構造解明の重要なカギである。LHC は現在最大 TeV スケールの探索が可能であり、コライダーは高エネルギー領域の探索に特化していることが分かる。しかし、コライダーは特徴上、円形加速器であれば $p \sim BR$ (p、B、R はそれぞれ粒子運動量、磁場、コライダーの半径) の制約により、エネルギー領域を上昇させるためにはより強い磁場、より大きな施設が必要になり、技術、コスト共に困難が生じる。

1.2　光子-光子散乱

2 光子は QED 理論（Quantum Electro Dynamics）より仮想電子-陽電子対に結合することが予言されており、さらに既知の場であるクォークやレプトンとも結合する。QCD ラグランジアンの CP 対称性を説明する為の未知粒子アクシオン、宇宙膨張を説明する暗黒エネルギー候補のディラトンといった、標準理論を超えた未知場と結合するモデルも存在する。つまり、光子-光子散乱は真空の情報を知るのに非常に有効な手段なのである。

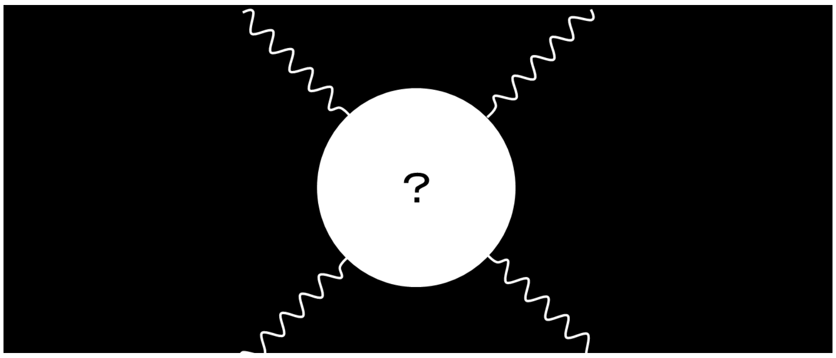


図 1.2　既知/未知の場を介した光子光子散乱　 QED で予言されている仮想電子-陽電子対のループだけでなく、μ ループ等のレプトンループがあり、標準理論での上限より $W^{\pm}$、t クォークのループまでが存在する。

実験的正しさが証明され、物理理論の中で最も成功しているといわれる QED 理論が予言している仮想電子-陽電子対を介した光子-光子散乱（以下、QED 光子-光子散乱）[2] に焦点を当てる。QED 光子-光子散乱は、原子核の持つ電場を利用したデルブリュック散乱 $\gamma A \to \gamma A$ での非直接的な検証がなされている [4]。しかし、on-shell（厳密に質量が 0 の光子）での直接的な検証は、過去、可視光レーザーを用いた eV 領域の実験 [6, 7]、自由電子加速器 SACLA の放射光（X 線）を利用した keV 領域の実験 [5] が行われたが、なされなかった。これは、重心系エネルギーが 1MeV 以下の領域では、QED 光子-光子散乱の散乱断面積が重心系エネルギーの 6 乗に比例して抑制されるためである (図 1.3)。

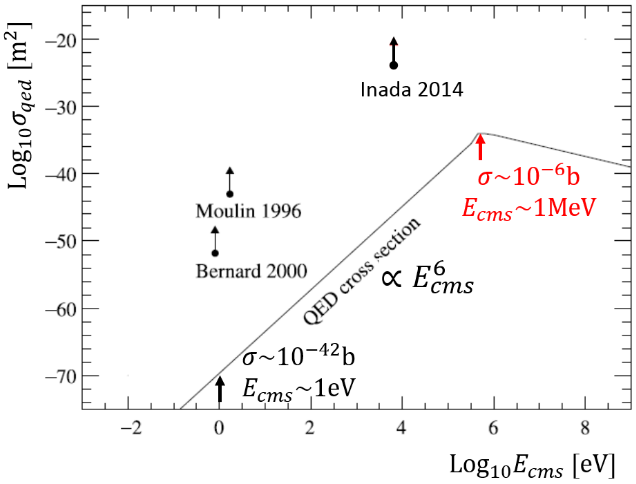


図 1.3　QED 光子-光子散乱の散乱断面積と過去の実験 [5]　 横軸が重心系エネルギー、縦軸が QED 光子-光子散乱の散乱断面積である。

QED 光子-光子散乱の散乱断面積は重心系エネルギー $E_{cms} = 1 - 2$ MeV において、$\sigma \sim 1$ μb まで最大化する。もし、$0.5 - 1.0$ MeV の光子の生成が可能であれば、重心系エネルギー $E_{cms} = 1 - 2$MeV となる衝突系が実現でき、QED 光子-光子散乱の検証できる可能性がある。現在、LHC 実験において、原子核同士の強い電場から生じたほぼ実光子を用いることで、重心系エネルギー GeV を超えるような準実光子-準実光子散乱を測定する提案もなされている [9]。しかし、原子核の電場由来の光子では、光子の偏光を制御することは難しく、検証に至ったとしても、QED 光子-光子散乱の偏光依存性を議論することは難しい。

近年、技術の発展により、レーザーは高強度化が急速に進んでいる。高強度レーザーを用いることができ

れば、逆コンプトン散乱により 0.5 – 1.0MeV の光子を生成できるので、QED 光子-光子散乱の散乱断面積が最大化するの重心系エネルギーでの光子-光子衝突が実現でき、かつ検証可能なレートで実験ができる可能性がある。加えて、逆コンプトン散乱で生じた光子は、偏光の指定が可能であるから、QED 光子-光子散乱の偏光依存性を議論できる。検証に至れれば、実験と QED 理論との整合性をみることでき、一致していればさらに QED 理論の正確性の証明、仮にずれが見られれば、2 光子が未知の場に結合している証拠になりうる。逆コンプトン散乱を用いれば、QED 光子-光子散乱の検証を中心にして、焦点のあたっていなかった MeV 領域での光子-光子散乱の検証が可能になるのである。

1.3　レーザーの変遷

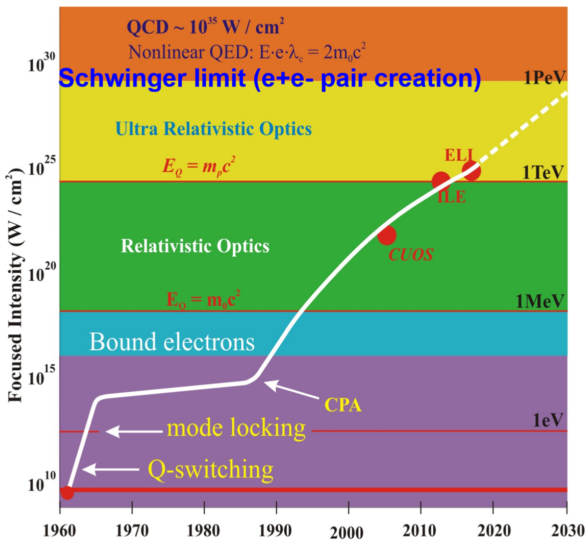


図 1.4　レーザー強度の変遷と世界の高強度レーザー施設 [3]

レーザー光は位相が良くそろったコヒーレント光であり、レンズによる集光が可能である。また、光子はボーズ粒子である為、原理的にはある一点に無限の光子を詰め込むことができる。

1954 年にベル研究所の C. Townes、と A. Shawlow らが、レーザーのもととなる、アンモニアガスを用いた誘導放出によるマイクロ波の増幅器を開発した。そして、1960 年にルビーを用いた最初のレーザーが開発された。最初の発振が起こった後は、図 1.4 にあるよう、Q-switching、Mode Locking、Charped Paluse Amplify(CPA) 等の数々の技術発展により、レーザーは最高光強度を更新していった。光強度が増すとレーザーに含まれる光子数が増えるかつ、強い電場を得る事ができる。世界にはヨーロッパを中心に数々の高強度レーザー施設が存在し、さらに建設予定である。例えばヨーロッパ連合により、$10^{23-25}\mathrm{W/cm^2}$ の実現を目標とした Extreme Light Infrastructure (ELI)[34] の建設や、International center on Zetta-Exawatt Science Technology (IZEST)[33] の計画が進行中である。他にも、フランスの LMJ（Le Laser Megajoule）や Russian Mega Science、日本でも Exawatt レーザーの計画が進行中である。

高強度レーザーは世界各地にあり、集光することで容易に高い電場強度を実現することができる。素粒子物理での重要な極限に、電子-陽電子対が生成が起こりはじめる電場強度シュウィンガー限界 E_s がある。

$$E_s = \frac{m_e^2 c^3}{e\hbar} = 1.3 \times 10^{18}\ \ \mathrm{V/m}\ \ = 4 \times 10^{29}\ \ \mathrm{W/cm^2}. \tag{1.1}$$

ただし、m_e は電子の静止質量、c は光速、e は素電荷量、$\hbar$ はディラック定数とする。対生成の機構は摂動論の相互作用とは異なり、外場 E によるトンネル効果から電子-陽電子対が生成される。また、レーザーを

直接的に使うのではなく、レーザープラズマ加速による電子生成や、逆コンプトン散乱による高エネルギー光子の生成など、レーザー光子を粒子生成の道具としても使えうこともできる。高強度レーザーは物理実験に幅広く使うことができるのである。

1.4 高強度レーザーを用いた卓上衝突光学系

本章 2 節において、光子-光子散乱を検証する意義について述べた。本節では QED 光子-光子散乱検証に向けた重心系エネルギー $E_{cms} \sim 1\,\mathrm{MeV}$ 衝突系の実現方法と本論文の構成について述べる。

衝突光子の生成には逆コンプトン散乱を用いる。逆コンプトン散乱は高速な電子と光子の散乱である為、加速された電子との散乱から高エネルギーの光子を生成することができる。かつ、レーザー光子の偏光から散乱後の偏光を指定することができ、偏光依存の検証が可能となる。逆コンプトン散乱に用いる電子の生成、加速には LPA (Laser Plasma Accelerator) を用いる。LPA は第 3 章にて詳しく解説するが、簡単に言えば、レーザーを用いて中性ガスをプラズマ化することで、短距離での電子ビームの生成・加速を可能にする手法である。これにより、コンパクトな実験系を組むことができる。さらに、電子の収束に永久磁石で構成した 4 極子磁石を用いることで、収束段を小型化できる。以降、逆コンプトン散乱と LPA を組み合わせた実験系を”卓上衝突光学系”と呼ぶ。

一般的に単位時間当たりの衝突頻度は N は散乱断面積 σ とルミノシティ L を使って、

$$N = L\sigma. \tag{1.2}$$

と書ける。ルミノシティーの定義は、ビームが正面衝突する場合と斜め衝突する場合の 2 つがある。斜め衝突はビーム間の時間的、空間的なオーバーラップがなくなる為、正面衝突のルミノシティより小さくなる。さらに、偏光状態を指定したうえでより高い重心系エネルギーの実現することを考えると、ビームどうしを正面衝突させる事が理に適っている。よって、卓上衝突光学系では正面衝突の衝突系を要求する。 2 ビームが正面衝突する時のルミノシティは

$$L = \frac{N_1 N_2 f}{4\pi\sigma_x\sigma_y}. \tag{1.3}$$

と書ける。ただし、N_1、N_2 はそれぞれの 1 回の衝突に関わる粒子数、f はビームの繰り返しレート、σ_x、σ_y はビームの x 方向、y 方向の半径である。

QED 光子-光子散乱検証を行う際の卓上衝突光学系の設計ポイントは

1)QED 光子-光子散乱の散乱断面積が最大化する $1 - 2\,\mathrm{MeV}$ の光子-光子衝突の実現

2) 光子-光子衝突のルミノシティ $L_{\gamma\gamma}$ を大きくする

の 2 点である。

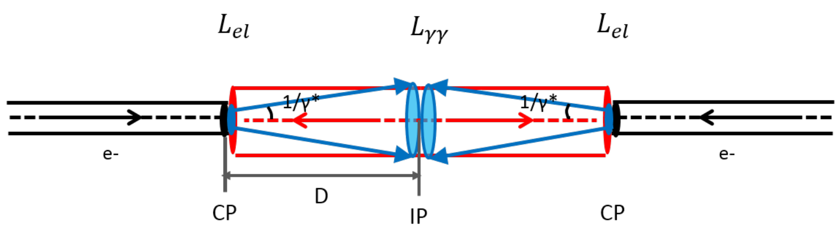


図 1.5 光子-光子衝突点付近のパラメータの関係 黒は電子ビーム、赤はレーザー光子、青は逆コンプトン散乱によって生成された光子である。

1) を満たす為には、$0.5 - 1.0\,\mathrm{MeV}$ の光子の生成が必要である。

2) を満たす為には式 （1.3）より、$L_{\gamma\gamma}$ の強度因子 N_γ^2、つまり逆コンプトン散乱により生成される光子 N_γ を多くする、かつ光子-光子衝突点 (以降、IP) での衝突光子の径を小さくすれば良い。N_γ を増やすためには、逆コンプトン散乱のルミノシティ L_{el} を大きくする必要がある。L_{el} を大きくするためには、$L_{\gamma\gamma}$ の時と同様に、電子数 N_e、レーザー光子数 N_l を増やし、かつそれぞれを逆コンプトン散乱点（以降、CP）で小さく絞ればよい。光子の生成点が小さいほど、IP での径が小さくなるので、$L_{\gamma\gamma}$ を大きくすることもできる。しかし、ルミノシティー L_{el} を増やす為に、レーザー光子数 N_l を増やし、レーザー径を絞るほど、レーザー電場強度は上昇する為、逆コンプトン散乱の非線形性が無視できなくなる。逆コンプトン散乱によって生成された光子は、角度を持つため、$L_{\gamma\gamma}$ の大きさを担保するためには、IP と CP の距離 D も重要である。

本論文の構成は、第 2 章において QED 理論に基づく光子-光子散乱の相互作用断面積 σ_{qed} の導出を行い、第 3 章において、逆コンプトン散乱に使用する電子ビームの生成・加速・収束方法について述べる。生成された電子ビームを基準にし、第 4 章中で非線形性を考慮した逆コンプトン散乱の式を用いて、条件 1)、2) を満たすようなパラメータの決定を行う。さらに、第 5 章では、QED 光子-光子散乱の検証に最適な検出器を考え、検出効率を求め、本実験系における収量を求める。第 6 章では、全体を踏まえた卓上衝突光学系の設計を行う。

本研究は、2018 年に稼働予定の高強度レーザー施設 ELI-NP(Extreme Light Infrastructure - Nuclear Physics facility) での実験実施を想定し各種パラメータの設定を行った。ELI-NP は EU(ヨーロッパ連合) が進めている ELI プロジェクトの 3 つのセクションのうちの一つであり、原子-核物理を中心に、レーザーと物質及び真空の相互作用を検証することを目標とした施設である。

図 1.6　ELI-NP 完成予想図と実験エリア　左図が ELI-NP の完成予想図である。右図は施設内部の実験エリアが書かれている。

2 QED 光子-光子散乱

QED 光子-光子散乱は QED 理論の特徴的な現象の一つである。古典論では、相互作用することのない光子どうしが、高次の輻射補正効果により、仮想電子-陽電子対を介して散乱するのである。この現象は、1933 年に予言された [2]。高次補正の計算が入る為、散乱断面積の導出には多くの困難があったが、[8, 10, 11] の過程を経て、あらゆるエネルギー領域、角度について散乱断面積の計算が可能となった。本章では、De Tollis らが行った計算 [10, 11] に基づき、偏光を考慮した QED 光子-光子散乱の散乱断面積に触れる。さらに、光子の初期状態を指定することで、無偏光の散乱と比べて、散乱断面積を大きくできる事が分かった。

2.1 運動学

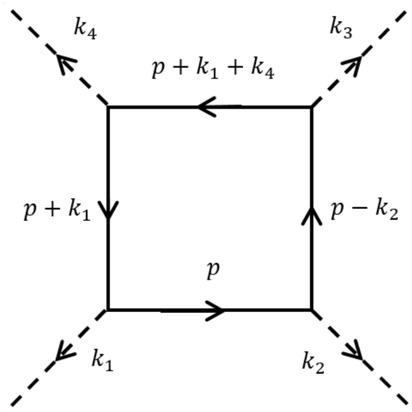


図 2.1 光子-光子散乱のダイアグラム 光子-光子散乱を表す、典型的な摂動論ダイアグラム

光子-光子散乱の最低次のダイアグラムは図 2.1 によって表される。他の 2 つのダイアグラムは各々 $2 \leftrightarrow 4$、$3 \leftrightarrow 4$ の交換により書ける。残りの 5 つのダイアグラムはループの矢印の向きが異なるだけで、散乱振幅に 2 倍の因子を与えるのみである。

対称性を持つため、粒子が全てループの外へ出ていくとすると、エネルギー運動量保存則より、

$$k_1 + k_2 + k_3 + k_4 = 0$$

が成り立つ。$k_i (i = 1, 2, 3, 4)$ は光子の 4 次元運動量なので $k_i^2 = 0$ が成り立つ。

ここで、3 つの変数 r、s、t を導入する。

$$\begin{aligned} r &= -(k_1 + k_2)^2/4 = -(k_1 k_2)/2, \\ s &= -(k_1 + k_3)^2/4 = -(k_1 k_3)/2, \\ t &= -(k_1 + k_4)^2/4 = -(k_1 k_4)/2 \end{aligned} \tag{2.1}$$

3 変数の関係は、

$$r + s + t = 0 \tag{2.2}$$

となる。

散乱振幅は、図 2.1 のダイアグラム中でとられ得る入射粒子と出射粒子のペアによって定義される 3 つのチャンネルで表される。3 つのチャンネルの物理的な範囲は図 2.2 のキップルダイアグラム [12] で表される。

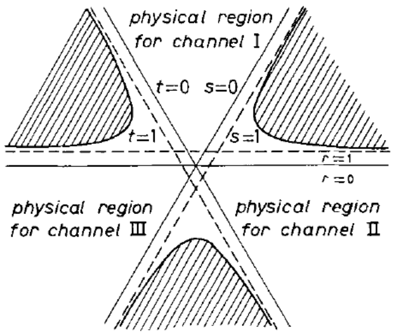


図 2.2　光子-光子散乱のキッブルダイアグラム [10]

チャンネル I の重心系での各 4 元運動量は

$$
\begin{aligned}
&k_1 \equiv (-\boldsymbol{k}, -k), \\
&k_2 \equiv (\boldsymbol{k}, -k), \\
&k_3 \equiv (\boldsymbol{k}', k), \\
&k_4 \equiv (-\boldsymbol{k}', k)
\end{aligned}
\tag{2.3}
$$

と書ける。仮に散乱が x-z 平面でおきたとし、3 元ベクトル $\boldsymbol{k}$ と $\boldsymbol{k}'$ 間の角度を θ とすると、$\boldsymbol{k} \equiv (0, 0, k)$、$\boldsymbol{k}' \equiv (k\sin\theta, 0, k\cos\theta)$ と書ける。以上より、

$$
r = k^2, \;\; s = -k^2 \sin^2\frac{\theta}{2}, \;\; t = -k^2 \cos^2\frac{\theta}{2} \tag{2.4}
$$

となることが分かる。

光子の偏光をベクトルを用いて表す。直線偏光の状態 1 を $\boldsymbol{e}_i^{(1)}$、状態 2 を $\boldsymbol{e}_i^{(2)}$ として、入射光子対、出射光子対の 4 光子の偏光を定義すると、

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{e}_1^{(1)} = \boldsymbol{e}_2^{(1)} = \boldsymbol{e}_3^{(1)} = \boldsymbol{e}_4^{(1)} &\equiv (\,0,\; 1,\; 0) \\
-\boldsymbol{e}_1^{(2)} = \boldsymbol{e}_2^{(2)} &\equiv (1,\; 0,\; 0) \\
-\boldsymbol{e}_3^{(2)} = \boldsymbol{e}_4^{(2)} &\equiv (\,\cos\theta,\; 0,\; -\sin\theta)
\end{aligned}
\tag{2.5}
$$

と書ける。偏光ベクトル $\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{i}}^{(1)}$、$\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{i}}^{(2)}$ と運動量ベクトル $\boldsymbol{k}_{\boldsymbol{i}}$ は右手系である。ゆえに、右回りの円偏光を + と左回りの円偏光を − とすると、偏光ベクトルはそれぞれ、

$$
\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{i}}^{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{i}}^{(1)} \pm i\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{i}}^{(2)}). \tag{2.6}
$$

と書ける。

2.2　各偏光間の関係

入射粒子、出射粒子の偏光状態の組み合わせは $2^4 = 16$ あるが、粒子間の相似性、パリティー対称性、時間対称性があるため、共通な散乱振幅を持つ組み合わせがある。円偏光では、

$$
\begin{aligned}
&M_{++++} = M_{----}; \quad M_{++--} = M_{--++}; \\
&M_{+-+-} = M_{-+-+}; \quad M_{+--+} = M_{-++-}; \\
&M_{+++-} = M_{++-+} = M_{+-++} = M_{-+++} = \\
&\qquad = M_{+---} = M_{-+--} = M_{--+-} = M_{---+}.
\end{aligned}
\tag{2.7}
$$

の組み合わせが等しい散乱振幅となる。直線偏光では

$$\begin{aligned}
&M_{1111}; \quad M_{2222}; \quad M_{1122} = M_{2211};\\
&M_{1212} = M_{2121}; \quad M_{1221} = M_{2112};\\
&M_{1222} = M_{2122} = M_{2212} = M_{2221} =\\
&\qquad = M_{1112} = M_{1121} = M_{1211} = M_{2111} = 0.
\end{aligned} \tag{2.8}$$

となる。

等しい散乱振幅の組み合わせ中の代表的な散乱振幅をそれぞれ、円偏光では、M_{++++}、M_{++--}、M_{+-+-}、M_{+--+}、M_{+++-} とし、直線偏光では、M_{1111}、M_{1122}、M_{1212}、M_{1221}、M_{2222} とする。式（2.6）より、直線偏光の散乱振幅は円偏光の散乱振幅で書き換えることができる。

$$\begin{aligned}
M_{1111} &= \frac{1}{2}(M_{++++} + M_{++--} + M_{+-+-} + M_{+--+} + 4M_{+++-}),\\
M_{1122} &= \frac{1}{2}(-M_{++++} - M_{++--} + M_{+-+-} + M_{+--+}),\\
M_{1212} &= \frac{1}{2}(M_{++++} - M_{++--} + M_{+-+-} - M_{+--+}),\\
M_{1221} &= \frac{1}{2}(M_{++++} - M_{++--} - M_{+-+-} + M_{+--+}),\\
M_{2222} &= \frac{1}{2}(M_{++++} + M_{++--} + M_{+-+-} + M_{+--+} - 4M_{+++-}).
\end{aligned} \tag{2.9}$$

同様に、円偏光から直線偏光の書き換えもできる。

$$\begin{aligned}
M_{++++} &= \frac{1}{4}(M_{1111} - 2M_{1122} + 2M_{1212} + 2M_{1221} + M_{2222}),\\
M_{++--} &= \frac{1}{4}(M_{1111} - 2M_{1122} - 2M_{1212} - 2M_{1221} + M_{2222}),\\
M_{+-+-} &= \frac{1}{4}(M_{1111} + 2M_{1122} + 2M_{1212} - 2M_{1221} + M_{2222}),\\
M_{+--+} &= \frac{1}{4}(M_{1111} + 2M_{1122} - 2M_{1212} + 2M_{1221} + M_{2222}),\\
M_{+++-} &= \frac{1}{4}(M_{1111} - M_{2222}).
\end{aligned} \tag{2.10}$$

無偏光の光子を扱う際は、4 種の偏光の初期状態の平均をとりかつ、終状態の和をとらなけらばならない。微分散乱断面積は式（2.12）を使用する。無偏光時の $|M_{unpol}|^2$ は

$$\begin{aligned}
\frac{1}{4}|M_{unpol}|^2 &= \frac{1}{4}(|M_{1111}|^2 + 2|M_{1122}|^2 + 2|M_{1212}|^2 + 2|M_{1221}|^2 + |M_{2222}|^2)\\
&= \frac{1}{2}(|M_{++++}|^2 + |M_{++--}|^2 + |M_{+-+-}|^2 + |M_{+--+}|^2 + 4|M_{+++-}|^2).
\end{aligned} \tag{2.11}$$

各散乱振幅への重みづけは、式（2.7）、式（2.8）によった。

微分散乱断面積は、散乱振幅を用いて、

$$d\sigma_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4} = \frac{\alpha^2 r_0^2}{4\pi^2 k^2}|M_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}|^2 d\Omega. \tag{2.12}$$

のように書ける。ただし、α は微細構造定数、r_0 は電子の古典半径である。$\lambda_i\ (i = 1, 2, 3, 4)$ は各粒子の偏光を表しており、直線偏光ならば $\lambda_i = 1, 2$、円偏光ならば $\lambda_i = \pm$ と表す。

2.3 散乱断面積の導出

Klein-Nishina によると $M_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}$ の散乱振幅は

$$M_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4} = M^{(1)}_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4} + M^{(2)}_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4} + M^{(3)}_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}. \tag{2.13}$$

と書ける。$M^{(1)}_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}$ の上付き部分の数字は使用するダイアグラムに指し、(1) は図 2.1 のダイアグラムの散乱振幅を扱うことを表している、(2)、(3) は他の 2 つのダイアグラムによる散乱振幅を意味する。

式 （2.6）の関係より、円偏光と直線偏光はお互いに書き換えることができる。よって、本節では直線偏光の散乱振幅に注目する。交叉対称性より以下の関係が導かれる。

$$\begin{aligned}
M_{1122}(r,s,t) &= M_{1212}(s,r,t),\\
M_{1122}(r,s,t) &= M_{1221}(t,s,r),\\
M_{1122}(r,s,t) &= M_{1122}(r,t,s),\\
M_{1212}(r,s,t) &= M_{1212}(t,s,r),\\
M_{1221}(r,s,t) &= M_{1221}(s,r,t).
\end{aligned}\tag{2.14}$$

ただし、M_{1111}、M_{2222} は変数 r、s、t について完全に対称である。式 （2.14）より、独立な散乱振幅は式 （2.15）のような足し合わせで書くことができる。

$$\begin{aligned}
M_{1111}(r,s,t) &= M^{(1)}_{1111}(r,s) + M^{(1)}_{1111}(r,t) + M^{(1)}_{1111}(s,t),\\
M_{1122}(r,s,t) &= M^{(1)}_{1122}(r,s) + M^{(1)}_{1122}(r,t) + M^{(1)}_{1221}(t,s),\\
M_{1212}(r,s,t) &= M^{(1)}_{1122}(s,r) + M^{(1)}_{1221}(t,r) + M^{(1)}_{1122}(s,t),\\
M_{1221}(r,s,t) &= M^{(1)}_{1221}(r,s) + M^{(1)}_{1122}(t,r) + M^{(1)}_{1122}(t,s),\\
M_{2222}(r,s,t) &= M^{(1)}_{2222}(r,s) + M^{(1)}_{2222}(r,t) + M^{(1)}_{2222}(s,t).
\end{aligned}\tag{2.15}$$

式 （2.15）より、$M^{(1)}_{1111}(r,s)$、$M^{(1)}_{1122}(r,s)$、$M^{(1)}_{1221}(r,s)$、$M^{(1)}_{2222}(r,s)$ を求めればよいことが分かった。$M^{(1)}_{1122}(r,s)$ を除いて、すべて同じダイアグラムから求めることができる。

上記の 4 つの散乱振幅は、以下のようにかける。

$$
\begin{aligned}
M^{(1)}_{1111}(r,s) &= -\frac{1}{3} - \frac{r-s}{r+s}[\mathrm{B(r)} - \mathrm{B(s)}] + \left[1 - \frac{s-2r}{r(r+s)} - \frac{2rs}{(r+s)^2}\right]\mathrm{T}(r) + \\
&\quad + \left[1 - \frac{r-2s}{s(r+s)} - \frac{2rs}{(r+s)^2}\right]\mathrm{T(s)} + \left[-1 + \frac{2}{rs}\left(1 - \frac{rs}{r+s}\right)^2\right]\mathrm{I(r,s)},
\end{aligned} \tag{2.16}
$$

$$
\begin{aligned}
M^{(1)}_{1122}(r,s) &= \frac{5}{9} - \frac{r-s}{r+s}\mathrm{B}(r) - \\
&\quad - \left[\frac{5}{3} + \frac{4}{3s} - \frac{2r}{r+s}\right]\mathrm{B}(s) + \left[1 + \frac{1}{r+s} - \frac{2rs}{(r+s)^2}\right][\mathrm{T}(r) + \mathrm{T}(s)] + \\
&\quad + \left[-1 + \frac{1}{s} - \frac{2}{r+s} + \frac{2rs}{(r+s)^2}\right]\mathrm{I}(r,s),
\end{aligned} \tag{2.17}
$$

$$
\begin{aligned}
M^{(1)}_{1221}(r,s) &= -\frac{1}{9} + \left[\frac{5}{3} + \frac{4}{3r} - \frac{2s}{r+s}\right]\mathrm{B}(r) + \left[\frac{5}{3} + \frac{4}{3s} - \frac{2r}{r+s}\right]\mathrm{B}(s) - \\
&\quad - \left[1 + \frac{1}{r+s} - \frac{2rs}{(r+s)^2}\right][\mathrm{T}(r) + \mathrm{T}(s)] + \\
&\quad + \left[1 - \frac{1}{r} - \frac{1}{s} + \frac{2}{r+s} - \frac{2rs}{(r+s)^2}\right]\mathrm{I}(r,s),
\end{aligned} \tag{2.18}
$$

$$
\begin{aligned}
M^{(1)}_{2222}(r,s) &= 1 - \frac{r-s}{r+s}[\mathrm{B}(r) - \mathrm{B}(s)] + \left[1 + \frac{s}{r(r+s)} - \frac{2rs}{(r+s)^2}\right]\mathrm{T}(r) + \\
&\quad + \left[1 + \frac{r}{s(r+s)} - \frac{2rs}{(r+s)^2}\right]\mathrm{T}(s) + \left[-1 + \frac{2rs}{(r+s)^2}\right]\mathrm{I}(r,s).
\end{aligned} \tag{2.19}
$$

が求められる。関数 B、T、I は巻末の付録を参照されたい。

各散乱振幅から求められた微分散乱断面積を比較すると、

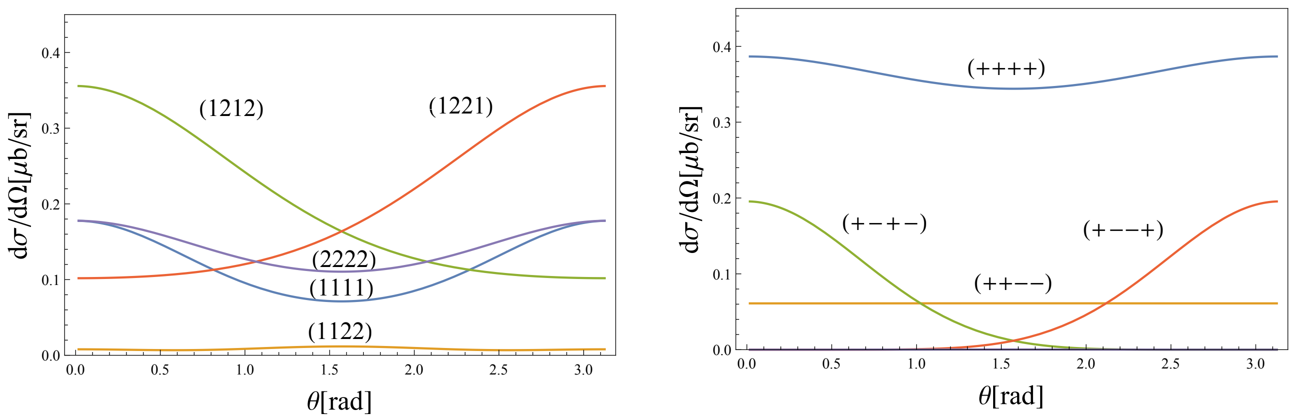


図 2.3　偏光を考慮した QED 光子光子散乱の微分散乱断面積。　断面積が最大化する重心系エネルギー 1.4 MeV の時の微分散乱断面積である。左図は直線偏光、右図は円偏光について代表的な組み合わせを記した。縦軸は単位立体角当たりの断面積 で単位は $\mu b/sr$、横軸が散乱角度 θ で単位は rad である。

となる。

また、低エネルギー領域の散乱断面積は、

$$\sigma_{unpol} \simeq \frac{\alpha^2 r_0^2}{\pi}\frac{973}{10125}k^6\left(1+\frac{640}{2919}k^2\right). \tag{2.20}$$

と近似され、散乱断面積が k^6、つまり重心系エネルギーの 6 乗に比例して抑制されることが分かる。

無偏光の場合の $\theta=\pi/2$ の時のエネルギー依存の微分散乱断面積は、図 2.4 のように書ける。QED 光

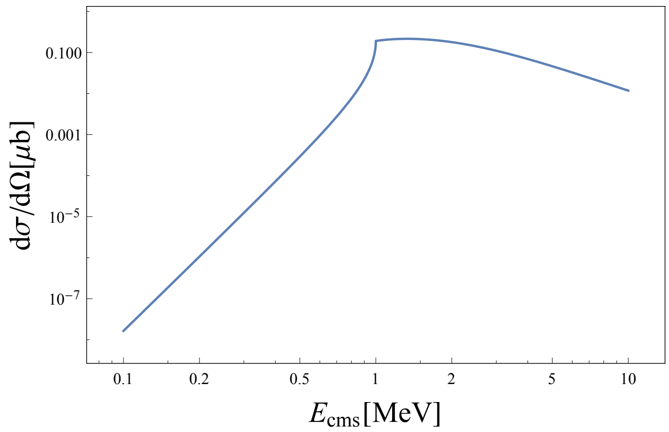


図 2.4　$\theta=\pi/2$ の時のエネルギー依存の QED 光子-光子散乱微分散乱断面積　縦軸は微分散乱断面積、横軸は重心系エネルギーを表す。

子-光子散乱は重心系エネルギー $1-2$ MeV で散乱断面積が最大となり、1 MeV 以下の領域では散乱断面積が強く抑制されていることが分かる。$1-2$ MeV 領域での光子-光子衝突を実現することが、検証を行うに当たって、重要であることが分かる。

2.4　初期状態の指定

前節の図 2.3 より、円偏光の $(++)\to(++)$ の組み合わせの時、最も断面積が大きくなることが分かる。また式（2.7）より、初期状態 $(++)$ から遷移できる終状態の組み合わせが多数ある事が分かる。今、初期状態 $(++)$ とした際の散乱振幅を $M_{(+)}$、$(+-)$ とした時の散乱振幅を $M_{(-)}$ とすると、それぞれ散乱振幅の 2 乗は式（2.23）のような足し合わせで書くことができる。

$$\begin{aligned} |M_{(+)}|^2 &= |M_{++++}|^2+|M_{++--}|^2+|M_{+++-}|^2+|M_{++-+}|^2 \qquad (2.21)\\ &= |M_{++++}|^2+|M_{++--}|^2+2|M_{+++-}|^2, \\ |M_{(-)}|^2 &= |M_{+-++}|^2+|M_{+---}|^2+|M_{+-+-}|^2+|M_{+--+}|^2 \qquad (2.22)\\ &= |M_{+-+-}|^2+|M_{+--+}|^2+2|M_{+++-}|^2. \end{aligned}$$

これより、初期状態のみを指定した散乱断面積と無偏光の場合の散乱断面積を比較すると、図 2.5 となる。

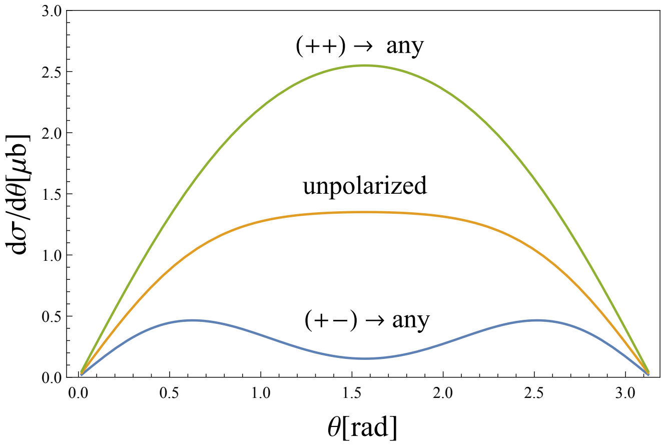


図 2.5　ヘリシティーを考慮した QED 光子-光子散乱の微分散乱断面積　重心系エネルギー 1.4 MeV の重心系での終状態の光子の散乱角依存の微分散乱断面積である。初期状態を (++) と指定することで、無偏光の場合と比べて、散乱断面積が大きく出ている。なお各断面積は $\phi = 0 - 2\pi$ で積分を行っている。

図 2.5 より、初期状態を指定することで断面積が大きく出ることが分かる。図 2.4 もふまえると、QED 光子-光子散乱の散乱断面積を最大化する為に、衝突光子の生成に逆コンプトン散乱を使用することは、重心系エネルギー $1 - 2$ MeV の実現、かつ初期状態を指定できるという点で非常に理に適っていることが分かる。

3　電子の取り扱い

本章では電子の生成・加速に用いる Laser Plasma Accelerator (LPA) について説明する。QED 光子-光子散乱の検証の為に必要とされる、電荷量 1.6 nC、エネルギー 210 MeV 電子ビームの生成・加速に必要な LPA のパラメータをスケーリング則 [13, 14, 15, 16] にのっとって求めた。さらに電子ビーム収束のシミュレーションを行い、LPA で得られる電子ビームを小さなビーム径に収束させるのに必要な距離、磁場を求めた。

3.1　LPA の基本原理

LPA はレーザーを使って電子の生成と加速を同時に行うことができる。最初に、レーザーを用いて中性ガスを電離、プラズマ化してプラズマ進行波を作ることで粒子加速に必要な加速勾配をつくる。さらに、プラズマ化の際に放出された電子はプラズマ進行波で捕捉可能である為、電子の生成と加速を同時に行うことができる。粒子加速器でよく用いられる Radio Frequency(RF) 加速は、放電限界から、加速勾配が最大 100 MV/m 程度であるのに対して、プラズマを用いると、100 GeV/m 程度の大きな加速勾配を作ることができる。

最初に、レーザーの前縁が中性ガスを電離し、プラズマ化する。プラズマ化はガス中の気体原子をイオン化する必要がある。レーザーの持つ電場強度がある程度大きければ、電場の振動により、電子の原子による束縛ポテンシャルがゆがめられ、電子がそのまま放出される。イオン化エネルギーに足りなくとも、ポテンシャルがゆがめられることで、電子がトンネル効果によって放出される。これを、トンネル電離という。次に、レーザーの主部分がプラズマに侵入し、ポンデロモーティブ力よって、電子を半径方向に吹き飛ばす。レーザーのパルス幅がプラズマ波長程度であれば、電子が吹き飛ばされたことによって空洞が生まれ、はじ

きとばされた電子がレーザーパルスの後方に移動し集まる為、電子の粗密が生じ、プラズマ波がたつ。ここでは、イオンは重いため電子プラズマ波の時間スケールでは動かないとする。プラズマ中の電子の分布をシミュレーションした結果が図 3.1 である。LPA はプラズマの励起手法によって区別されるが、上記の方法はレーザー航跡場加速と呼ばれる。この一連の流れは、レーザーの高強度化が進んだ賜物であり、使用されるレーザーはピークパワーが TW 以上、パルスの時間幅が 100 fs 以下の高強度レーザーが主である。

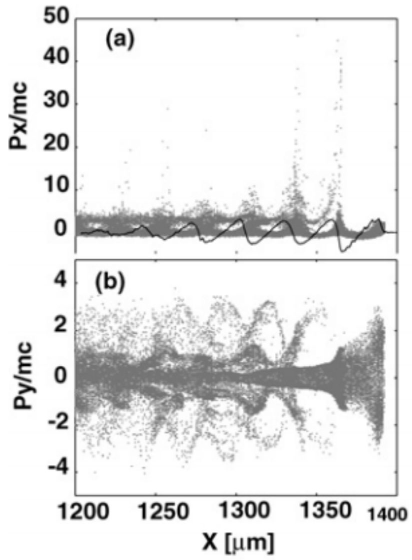


図 3.1　レーザー航跡場加速のシミュレーション結果 [19]　（a）はレーザー（プラズマ電子）の進行方向、（b）は横方向の位相空間である。ただし、レーザーの伝搬方向を x とする。(a) を見ると、プラズマ電子がポンデロモーティブ力によってはじきとばされ、電子密度の揺らぎができているのが分かる。

プラズマ波の位相速度 v_p はプラズマ中のレーザーの群速度に等しく、

$$v_p = c\left(1-\frac{\omega_p^2}{\omega_L^2}\right)^{1/2} \leq c. \tag{3.1}$$

と書ける。ただし ω_l はレーザーの振動数、ω_p はプラズマの振動数である。ここで、プラズマ中の電子密度を n_e、e を素電荷量、m_e を電子の静止質量、ϵ_0 を真空の誘電率とすると、プラズマ振動数 ω_p は以下のようにかける。

$$\omega_p = \left(\frac{n_e e^2}{\epsilon_0 m_e}\right)^{1/2}. \tag{3.2}$$

ただし、プラズマ温度を 0 C° と近似している。プラズマ波長は $\lambda_p = 2\pi c/\omega_p$、プラズマ波数は $k_p = 2\pi/\lambda_p$ となる。

プラズマ波の電場を E とすると、簡単には

$$eE = m_e\omega_p c \tag{3.3}$$

と書くことができる。式 （3.2）を代入して書き直すと、

$$eE[\mathrm{e}\cdot\mathrm{cm}^{-1}] \sim n_e^{1/2}[\mathrm{cm}^{-3}]. \tag{3.4}$$

と書け、密度 $n_e = 10^{18}\ \mathrm{cm}^{-3}$ とすると、100 GeV/m の加速勾配が実現されることが分かる。ただし上記の式は非相対論的かつ波の破壊限界における値のため、一つの目安である。

また、プラズマ温度を 0 と近似した際、式 （3.1）の振動数には波数が含まれないので、プラズマ加速器のモードはプラズマ周波数にたいしてただ一つとなる。この為、線形プラズマ波では、プラズマ電子は、伝搬しない単振動をする。

加速器における荷電粒子のエネルギー利得は加速勾配と加速距離の積で表される。LPA のエネルギー利得は加速距離によって制限される。加速距離は以下 3 つの要素の

1) 焦点前後のレーザー強度の高い部分がレイリー長によって制限される距離 L_{dif}

2) プラズマ波の位相速度と加速された粒子の速度のずれにより制限される距離 (脱位相長)L_{dp}

3) レーザーがイオン化とプラズマ波の励起の為にパワーを失う距離 (ポンプ減衰長)L_{pd}

内一番短い距離で決定されるからである。一般的に、$L_{dif} < L_{dp} < L_{pd}$ となり、加速距離はレイリー長によって制限される。

レイリー長とは、一般的に集光したレーザーがスポット径のまま伝搬する距離をいい、

$$z_R = \frac{\pi\omega_0^2}{\lambda_L}. \tag{3.5}$$

と書ける。ただし、スポット径はファラウンホーファーの回折限界より求められ、直径 D のレーザーを焦点距離 f で集光する時

$$\omega_0 = 1.22\lambda_L[\mu\mathrm{m}]\frac{f}{D}\ \ \mu\mathrm{m}. \tag{3.6}$$

である。例えば、直径 $D = 40$ mm の $\lambda_L = 0.8\ \mu$m のレーザーを集光距離 $f = 400$ mm で集光した場合、$\omega_0 = 10\ \mu$m となり、レイリー長は $z_R \sim 400\ \mu$m となる。レイリー長を長くしたい場合、スポット径を大きくすればよいが、今度はレーザ強度が落ちることで、加速勾配が小さくなってしまう。だが、1) は、相対論的なレーザー航跡場加速を行うことで、克服することができる。

3.2 相対論的レーザー航跡場加速

加速利得は加速勾配と加速距離の積で表されるため、加速距離が短いと大きな加速勾配を活かせない。しかし、使用するレーザーの電場強度が相対論的な領域に達していれば、プラズマ気体中をレイリー長を超えて伝搬することができる為、加速距離を延ばすことができる。

レーザー電場強度の相対論的度合いは、無次元量であるレーザーの非線形強度因子 a_0 によって表される。

$$a_0 = \left(\frac{2e^2\lambda_L^2 I}{\pi m_e^2 c^5}\right)^{1/2} \simeq 8.55\times 10^{-10}\sqrt{I[\mathrm{W/cm^2}]}\lambda_L[\mu\mathrm{m}]. \tag{3.7}$$

$a_0 \ll 1$ は非相対論的な線形領域を指し、レーザー航跡場加速に使用されるレーザーがこの領域にあたる。対して、相対論的であるレーザー航跡場加速では、レーザーの非線形強度因子は $a_0 \geq 1$ となる。$a_0 \geq 1$ の領域では、レーザーの強い電場により、プラズマ電子は実効的に重くなる。プラズマ中の屈折率 η_R は、一般的に、

$$\eta_R = \frac{ck}{\omega} = \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_L^2}\right). \tag{3.8}$$

と表せる。式 （3.2）より、電子の実効的な質量が大きくなるとプラズマ振動数は小さくなり、屈折率 η_R は大きくなる。レーザー電場は伝搬軸に近いほど高くなるため、軸近くのプラズマ電子ほど相対論的な効果が強く出て重くなり、軸に近づくほど屈折率が大きくなる。結果、光ファイバーのように、レイリー長を超えても、レーザーが収束したまま伝搬することが可能となる。これを、相対論的光導波路と呼ぶ。さらに、レーザーのピーク出力が、臨界出力 P_c を超えている場合、図 3.2 のようにレーザーが自己収束するこ

とが知られている。この現象を相対論的自己収束と呼び、臨界出力は

$$P_c = 17\frac{\omega_L^2}{\omega_p^2}. \tag{3.9}$$

と与えられる。

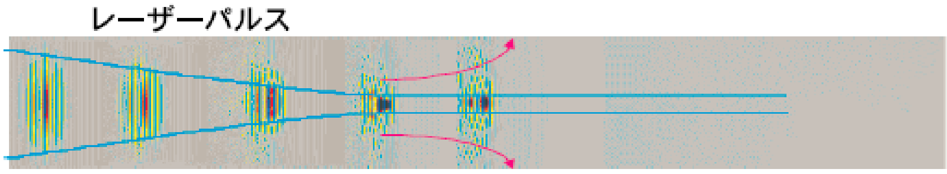


図 3.2　プラズマ気体中でレーザーが自己収束する事を示すシミュレーション結果 [18]

相対論的なレーザー航跡場加速では、レーザーのパルス幅がプラズマ波長 λ_p よりも短く、$a_0 \geq 1$ となるような、短パルスかつ高強度なレーザーを用いる [20]。この領域では、レーザーのポンデロモーティブ力よって半径方向に電子がはじきとばされ、レーザーパルスの後ろ側に図 3.3 のような球状の空洞（バブル）が形作られる。バブルはレーザーの群速度と同じ速さで移動する。はじきとばされた電子はバブルの周りに薄い膜（シース）をつくり、バブルの内部は、正電荷のイオンで満たされている。そして、バブルの外側には小さな密度揺らぎを持った周期的なプラズマ波が存在する。レーザーの伝搬に伴って、電子シースに沿う軌道を後方に運動する電子は、イオンの空間電荷力により、バブルの後端に集積し、内部のイオンとの間に強い電場を形成する。この強い電場がバブル後端の一部の電子を加速し、バブルの移動速度に達すると、バブル内部にトラップされ、縦方向の電場で連続的に加速を受け、エネルギーが増加する。十分な量の電子バンチが入射されるとバブル内部の電場は、ビーム負荷により減少し、それ以上の電子をバブル後端から内部にトラップできなくなるので、数フェムト秒程度の短い電子バンチが形成されるとともに、電子バンチは、バブル内部の電場が、減速位相に転ずるまで加速を受け、時間―エネルギーの位相空間上で最大エネルギーに達し、エネルギー幅も最小となる。以上が、バブル領域の非線形航跡場による、電子バンチの自己入射と（擬）単色エネルギー電子ビーム 加速のメカニズムである。この電子バンチの自己入射と単色ビーム生成機構は、相対論的レーザー航跡場加速で、2004 年に実験的に初めて観測された [22]。バブルのシース上の軌道を通って軸上に入射される電子は、もともと横方向の運動量をもっているため、トラップされた電子は、縦方向の電場で加速されるとともに、横方向の電場と磁場による収束力を受け、ベータトロン振動を行う。このようなレーザー航跡場における、電子のビームダイナミクスは、通常加速器における、ビームダイナミクスで論ずることができる。

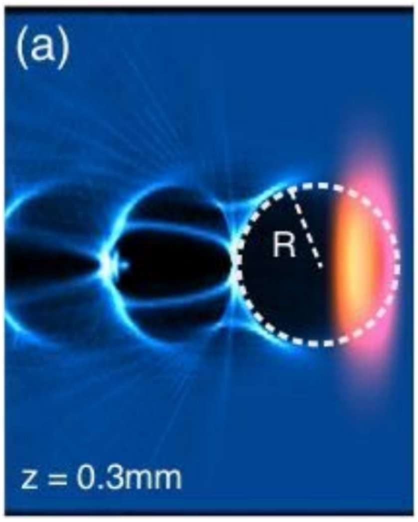


図 3.3　レーザーの動重力によりプラズマ中に生成されたバブル [14]　青が電子密度を、赤がレーザーパルスをを表している。図の左側から入射したレーザーによってプラズマ中にバブルが形成されていることが分かる。

非線形領域の航跡場加速の現象論 [20] によると、速度 v_B でプラズマ中を移動するバブルの持つ加速電場は、

$$\frac{E_z(\xi)}{E_0} \approx \frac{1}{2}k_p\xi. \tag{3.10}$$

と書ける。ただし、z 軸をレーザーパルスの伝搬方向とし、$\xi = z - v_B t$ とする。E_0 は非相対論的な波の破壊限界電圧と呼ばれ、$E_0 = m_e c\omega_p/e$ と書ける。$a_0 \geq 2$ となる非線形領域では、バブルは、バブル内のイオンの持つローレンツ力とレーザーパルスのポンデロモーティブ力のつり合いで形作られる。バブル半径 R_B とレーザーのスポット径 ω_0 が一致するものをマッチング半径と呼び、

$$k_p R_B \sim k_p\omega_0 \sim 2\sqrt{a_0}. \tag{3.11}$$

と近似できる。シミュレーションの結果から、マッチングがとられている時に最もレーザーが安定して伝搬すると考えらえれている。加えて、進行方向の最大加速電場は、

$$\frac{E_{z0}}{E_0} = \frac{1}{2}\alpha_c k_p R_B. \tag{3.12}$$

となる。ただし α_c は後述するビームローディング効果によって、理論値と実際の加速電場との差がどれだけ生じるかを示す指標である。

規格化エネルギー $\gamma = E_b/m_e c^2$、レーザーの進行方向に速度 $\beta_z = v_z/c$ を持つ電子の運動方程式は、

$$\begin{aligned}\frac{d\gamma}{dz} &= \frac{1}{2}\alpha_c k_p^2 R_B\left(1 - \frac{\xi}{R_B}\right),\\ \frac{d\xi}{dz} &= 1 - \frac{\beta_B}{\beta_z} \approx 1 - \beta_B \approx \frac{3}{2\gamma_g^2}.\end{aligned} \tag{3.13}$$

と近似して書くことができる。ただし、$\xi = z - v_B t$ $(0 \leq \xi \leq R_B)$ はバブル速度 $v_B = c\beta_B \approx v_g - v_{etch}$ で動く系の進行方向を軸とする。v_B はパルスの前縁が回折により後退する、または浸食されて短くなることを考慮されている。式（3.13）の微分方程式を解くと、

$$\begin{aligned}\gamma(z) &= \gamma_0 + \frac{1}{3}\alpha_c\gamma_g^2 k_p^2 R_B\xi(z)\left(1 - \frac{1}{2}\frac{\xi(z)}{R_B}\right),\\ \xi(z) &= \frac{3}{2}\frac{z}{\gamma_g^2}.\end{aligned} \tag{3.14}$$

となる。ただし、$\gamma_0 = \gamma(0)$ であり、電子が生成された際に持つエネルギーを指す。ゆえに、$\xi = R_B$ で電子が得ることのできる最大エネルギーは、

$$\begin{aligned}\Delta\gamma_{max} = \gamma_{max} - \gamma_0 \approx \frac{1}{6}\alpha_c\gamma_g^2 k_p^2 R_B^2. \approx \frac{2}{3}\alpha_c a_0 \gamma_g \\ = \frac{2}{3}\alpha_c \kappa_{self} a_0 \frac{n_e}{n_c}.\end{aligned} \tag{3.15}$$

となる。κ_{self} は、一様なプラズマ中を動くレーザーパルスの群速度に対する相対論的な補正係数を意味している。すなわち、$\gamma_g^2 = (1-\beta_g^2)^{-1} = \kappa_{self} k^2/k_p^2 = \kappa_{self} n_e/n_c$ であるから、κ_{self} は、

$$\kappa_{self} = \frac{a_0^2}{8}\left\{\sqrt{1+\frac{a_0^2}{2}} - 1 - \ln\left[\frac{\sqrt{1+a_0/2}+1}{2}\right]\right\}^{-1}. \tag{3.16}$$

と書ける。また、n_c は臨界プラズマ密度を意味し、古典電子半径を r_e とすると、$n_c = 2\pi/r_e\lambda_L$ と表される。

相対論的なバブル領域では、脱位相長 L_{dp} は、

$$k_p L_{dp} \approx \frac{2}{3} kp R_B \gamma_g^2 = \frac{4}{3} a_0^{1/2} \kappa_{self} \frac{n_c}{n_e}. \tag{3.17}$$

と与えられる。電子バンチにエネルギー E_b を与えるのに必要なプラズマ密度は、式（3.15）より、

$$\begin{aligned}n_e = \frac{2}{3}\alpha_c \kappa_{self} a_0 \frac{n_c}{\Delta\gamma_{max}}, \\ \approx 3\times 10^{18}[\mathrm{cm}^{-3}]\kappa_{self} a_0 \left(\frac{0.8[\mu\mathrm{m}]}{\lambda_L}\right)^2 \frac{200[\mathrm{MeV}]}{E_b/\alpha_c}.\end{aligned} \tag{3.18}$$

と書ける。電子バンチを加速な長さ L_{acc} は脱位相長 L_{dp} に等しいので、

$$\begin{aligned}L_{acc} = L_{dp} \approx \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{(\Delta\gamma_{max}/\alpha_c)^{3/2}}{\pi\kappa_{self}^{1/2} a_0}\lambda_L \\ \approx \frac{2.5[\mathrm{mm}]}{\kappa_{self}^{1/2} a_0}\left(\frac{\lambda_L}{0.8[\mu\mathrm{m}]}\right)\left(\frac{E_b/\alpha_c}{200[\mathrm{MeV}]}\right).\end{aligned} \tag{3.19}$$

となる。一方、ポンプ減衰長は、パルスの前縁が局所的なポンプ減衰により削れる事を考慮すると、

$$L_{pd} \approx c\tau_L \frac{n_e}{n_c} = \frac{3}{2}\frac{c\tau_L \Delta\gamma_{max}/\alpha_c}{\kappa_{self} a_0}\lambda_L \approx \frac{5[\mathrm{mm}]}{\kappa_{self} a_0}\left(\frac{\tau_L}{30[\mathrm{fs}]}\right)\left(\frac{E_b/\alpha_c}{200[\mathrm{MeV}]}\right). \tag{3.20}$$

となる。ただし、τ_L はレーザーパルスの時間幅である。エネルギー利得を最大にし、かつエネルギー幅の小さな質の高い電子ビームを得るためには、脱位相長 L_{dp} がポンプ減衰長 L_{pd} よりも短くなるような、レーザーパルス幅が要求される。よって、バブル領域のレーザー航跡場加速に必要とされるレーザーのパルス幅は以下の条件を満たす必要がある。

$$\tau_L \geq 14[\mathrm{fs}]\kappa_{self}^{1/2}\left(\frac{\lambda_L}{0.8\,\mu\mathrm{m}}\right)\left(\frac{E_b/\alpha_c}{200\,\mathrm{MeV}}\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{3.21}$$

マッチング半径 r_m は以下のように与えられる。

$$r_m \approx 3.1[\mu\mathrm{m}]\frac{R_m}{\sqrt{\kappa_{self} a_0}}\left(\frac{\lambda_L}{0.8[\mu\mathrm{m}]}\right)\left(\frac{E_b/\alpha_c}{200[\mathrm{MeV}]}\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{3.22}$$

ただし、

$$R_m = k_p r_m = \left\{ \frac{\ln(1+a_0^2)}{\sqrt{1+a_0^2/2} - 1 - 2\ln[(\sqrt{1+a_0^2/2}+1)/2]} \right\}^{\frac{1}{2}}.$$

とする。R_m は $R_m \equiv k_p r_L$ と定義され、無次元でのマッチング半径を表している [16]。マッチング出力は

$$P_L = \frac{k_p^2 r_L^2 a_0^2}{32} P_c \approx 0.312[\mathrm{TW}] \frac{a_0 R_m^2}{\kappa_{self}} \left(\frac{E_b/\alpha_c}{200[\mathrm{MeV}]} \right). \tag{3.23}$$

と表される。よって、必要とされるレーザーのパルスエネルギーは U_L は、

$$U_L = P_L \tau_L. \tag{3.24}$$

である。

3.3 ビームローディング効果

バブルに捕捉された電子バンチは自身も航跡場を作り、バブル中の加速電場を打ち消す。この現象をビームローディングという [21]。ビームローディング効果により、加速できるビームの電荷量は制限される。半径 σ_b の電子バンチのビームローディング効率 η_b は、バブルの進行方向の電場を E_z 、ビームローディングが起きなかった時の航跡場の電場を E_M とすると、$\eta_B \equiv 1 - E_z^2/E_M^2$ と定義される。よって、電子バンチが捕捉された際のバブル中の電場は $E_z = (1-\eta_B)^{1/2} E_M = \alpha_c E_M$ と書ける。レーザーの強度因子が $a_0 \geq 2$ となる領域では、$E_M \approx a_0^{1/2} E_0$ と近似される。加えて、加速される電荷は、

$$\begin{aligned} Q_b &\simeq \frac{e}{4k_L r_e} \frac{\eta_b k_p^2 \sigma_b^2}{1-\eta_b} \frac{E_z}{E_0} \left(\frac{n_c}{n_e} \right)^{\frac{1}{2}} \\ &\approx 76[\mathrm{pC}] \frac{\eta_b k_p^2 \sigma_b^2}{1-\eta_b} \frac{E_z}{E_0} n_{18}^{-1/2}. \end{aligned} \tag{3.25}$$

ただし、r_e を古典電子半径、$n_{18} \equiv n_e/10^{18}\mathrm{cm}^{-3}$ とする。プラズマ密度 n_e は式 (3.18)のように表せられるので、電荷量 Q_b は以下のように書き換えられる。

$$Q_b \approx 44[\mathrm{pC}] \frac{1-\alpha_c}{\alpha_c^{3/2}} \frac{k_p^2 \sigma_b^2}{\kappa_{self}^{1/2}} \frac{\lambda_L}{0.8[\mu\mathrm{m}]} \left(\frac{E_b}{200[\mathrm{MeV}]} \right)^{\frac{1}{2}}. \tag{3.26}$$

α_c は電荷 Q_b の電子ビームが加速場に取り込まれたときに場がどれだけ減衰するかを表していた。この減衰定数 α_c は、

$$\alpha_c^2 + C\alpha_c^{3/2} - 1 = 0. \tag{3.27}$$

を解くことで求められる。ただし、定数 C は、

$$C \equiv \frac{Q_b}{44[\mathrm{pC}]} \frac{\kappa_{self}^{1/2}}{k_p^2 \sigma_p^2} \left(\frac{\lambda_L}{0.8[\mu\mathrm{m}]} \right)^{-1} \left(\frac{E_b}{200[\mathrm{MeV}]} \right)^{-\frac{1}{2}}. \tag{3.28}$$

と定義される。

3.4 イオン化誘導入射を用いた電子生成

LPA の魅力の一つは、電子の生成と加速を同時に行える点である。同一の気体内で生成を行う手法を自己入射 (self-injection) と呼ぶ。しかし、この手法はプラズマ密度を必要とする為、脱位相長が短くなり、

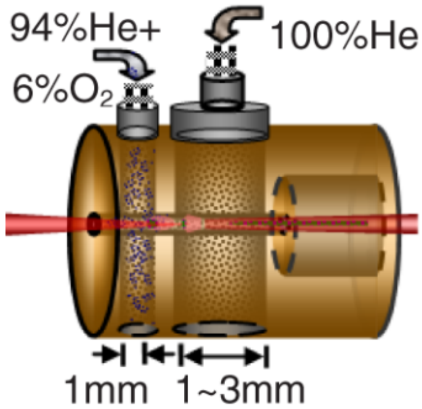


図 3.4　2 段階のレーザー航跡場加速 [23]　入射段と加速段を分けることで、加速段のプラズマ密度を小さく、加速距離を長くすことができる。

十分な加速距離を保てないという短所がある。そこで、図 3.4 のように、電子の入射段と加速段を二つに分け、加速段のプラズマ密度を小さくすることで、長い加速距離を実現するような手法もある。その一つにイオン化誘導入射 (ionization induced injection)[23, 24] がある。

入射段に、例えばヘリウムに少量の窒素を含んだ混合気体を使用すると、イオン化ポテンシャルの低い窒素の L 殻電子とヘリウムの K 殻電子はレーザーの前縁で完全に電離させられ、プラズマ波をつくる。窒素の K 殻は前者二つと比べ、イオン化ポテンシャルが大きいため、電場強度の高いレーザーのピークでトンネル電離により放出され、プラズマ波に捕捉される。パルスのピークで電離されたプラズマ電子を捕捉するのに必要とされるレーザー非線形強度因子は $1-\gamma_g^{-1} \leq 0.64a_{min}^2$ の条件を満たす必要がある。例えば、電子入射段で用いる中性ガスのプラズマ密度が $n_{inj} = 10^{18}$ cm^{-3} の時、$a_{min} \geq 1.23$ となる。単位面積当たりにトラップできる最大電子数は、プラズマ密度が $n_{inj} = 0.001n_c$、ガスセルの長さ $L_{inj} \approx 1000\ \lambda_L$ の時、$N_{emax} \simeq 5\times 10^6 \mu\mathrm{m}^{-2}$ 付近で飽和する。ビームローディング効果と位相空間のセパラトリクスがある為である。ただし、窒素の混合割合を $\alpha_N = 1$ % 、レーザーの非線形強度因子 $a_0 = 2$、パルス幅を $c\tau_L \approx 15\lambda_L$ としている。シミュレーションの結果 [25] より、捕獲される電子の密度は式 （3.29）のように推移する。

$$
\begin{aligned}
N_e[\mu\mathrm{m}^{-2}] &\sim 8\times 10^7 \alpha_N k_p L_{inj} \left(\frac{n_{inj}}{n_c}\right)^{1/2} \\
&\approx 5\times 10^8 \alpha_N \left(\frac{L_{innj}}{\lambda_L}\right)\left(\frac{n_{inj}}{n_c}\right).
\end{aligned} \tag{3.29}
$$

ビームの電荷量 Q_b は、入射段セルの長さと、窒素の割合に比例する。プラズマ密度 $n_{inj} = 10^{18}$ cm^{-3} 中で、生成される半径 $\sigma_b = 1k_p \approx 5.3$ μm の電子バンチの持つ電荷量を見積もると、

$$
Q_b \simeq \frac{k_p^2\sigma_b^2}{4r_e n_{inj}} eN_e \approx 5.1[\mathrm{PC}]\alpha_N k_p^2 \sigma_b^2 \left(\frac{\lambda_L}{0.8[\mu\mathrm{m}]}\right)\left(\frac{L_{inj}}{1[\mu\mathrm{m}]}\right). \tag{3.30}
$$

となる。窒素 $\alpha_N = 4\%$ を混合した気体を封入した、長さ 2 mm のセルを使用した場合、イオン化誘導入射効果によって、電荷量 500 pC の電子ビームが生成される事がわかる。

ビームのエネルギー幅もまた、混合ガスセルの長さと窒素の割合両方に比例する。$a_0 = 2$ の時のシミュレーションを元に、エネルギー幅は、

$$
\frac{\delta E}{E} = 0.02[\%]\left(\frac{L_{inj}}{\lambda_L}\right)\left(\frac{n_e}{10^{17}[\mathrm{cm}^{-3}]}\right). \tag{3.31}
$$

と求められる。また、横方向のエミッタンスは、

$$\epsilon_{n0} \approx 0.5[\mu\mathrm{m}] a_0^{1/2} \left(\frac{n_e}{10^{17}[\mathrm{cm}^{-3}]} \right)^{-1/2}. \tag{3.32}$$

となる。

イオン化誘導入射を用いて生成した電子バンチのエネルギー E_{binj} と電荷 Q_b は、

$$E_{binj} \approx 200[\mathrm{MeV}] \alpha_{inj} \kappa_{self}^{1/3} \left[a_0 \left(\frac{0.8[\mu\mathrm{m}]}{\lambda_L} \right) \left(\frac{L_{inj}}{2.5[\mathrm{mm}]} \right) \right]^{1/3}, \tag{3.33}$$

$$Q_b \approx 44[\mathrm{pC}] \frac{1-\alpha_{inj}^2}{\alpha_{inj}} \frac{a_0^{1/2} k_p^2 \sigma_b^2}{\kappa_{self}^{1/3}} \left(\frac{0.8[\mu\mathrm{m}]}{\lambda_L} \right)^{2/3} \left(\frac{L_{inj}}{2.5[\mathrm{mm}]} \right)^{1/3}. \tag{3.34}$$

となる。ただし、α_{inj} はイオン化誘導入射を用いる際の、加速場の理論値から電子バンチが場に捕捉されたときの場がどれだけ減衰するかを表す指標である。α_{inj} は、以下の方程式を解くことで求められる。

$$\alpha_{inj}^2 + D\alpha_{inj} - 1 = 0. \tag{3.35}$$

ただし、D は、

$$D \equiv \frac{Q_b}{44[\mathrm{pC}]} \kappa_{self}^{1/3} \left(\frac{0.8[\mu\mathrm{m}]}{\lambda_L} \right)^{1/3} \approx \frac{1-\alpha_{inj}}{\alpha_{inj}.} \tag{3.36}$$

と定義される。

3.5 電荷 1.6 nC のエネルギー 210 MeV 電子ビーム生成方法

逆コンプトン散乱に使用する電荷量 1.6 nC、エネルギー 210 MeV の電子ビームの生成・加速は 2 段階のレーザー航跡場加速を用いて行う。つまり、図 3.4 のように、電子の生成と加速を行う入射段と、主な加速を担う加速段に分けて行う。ただし、使用するレーザーは同一のものとする。入射段ではイオン化誘導排出を用いて中性ガスを電離し、プラズマ波を立てることで電子を生成し、加速段では相対論的レーザー航跡場加速を用いて入射段で生成した電子ビームの加速を行う。入射段、加速段で用いる中性ガスは、セルに封入する。

入射段のセルには、窒素 6%、ヘリウム 94 % の混合気体を封入する。必要とされるセルの長さは 5 mm である。2 段目の加速段は、長さ 2.6 cm のセルからなり、セルはヘリウムで満たされている。各種パラメータはバブル領域の相対論的レーザー航跡場のスケーリング則 [13, 14, 15, 16] にのっとって決定した。ピークパワー 41 TW、パルス幅 85 fs のパルスレーザーを、プラズマ密度 3.3×10^{18} cm^{-3} のガスセルで構成された入射段の手前でスポット径 12 μm まで集光し、照射する。イオン化誘導入射によって 1.6 nC の電子ビームバンチが捕捉され、40 MeV まで加速される。その後、電子ビームは後段のプラズマ密度 1.1×10^{18} cm^{-3}、セルの長さ 2.6 cm の加速段によって 210 MeV まで加速される。生成された電子ビームのエネルギー幅は 4 % 、規格化エミッタンスは 1 mm mrad である。

以下では、上記のパラメータを本章中で導入した式を用いて導出する。初期パラメータは以下の 4 つである。

$$\begin{aligned} E_e &= 210\ \mathrm{MeV}, \\ Q_b &= 1.6\ \mathrm{nC} = 1.6 \times 10^3\ \mathrm{pC}, \\ k_p r_b &= k_p \sigma_b = 1.0, \\ a_0 &= 3, \\ \alpha_N &= 0.06. \end{aligned}$$

入射段のパラメータを求めていく。最初に、入射段のセルの長さを求める。式（3.30）を変形すると、

$$
\begin{aligned}
L_{inj} &= \frac{Q_b}{5.1[\mathrm{pC}]\alpha_N k_p^2 \sigma_b^2}\left(\frac{0.8\ \mu\mathrm{m}}{\lambda_L}\right) \quad [\mu\mathrm{m}] \\
&= \frac{Q_b}{5.1[\mathrm{pC}]\alpha_N k_p^2 \sigma_b^2}\left(\frac{0.8\ \mu\mathrm{m}}{\lambda_L}\right) \times 10^{-3} \quad [\mathrm{mm}].
\end{aligned}
$$

と書け、Q_b、$k_p\sigma_b$ を代入すると、入射段のセルの長さが求まる。

$$L_{inj} = 5\ \mathrm{mm}$$

次に、式（3.36）を用いて D を求め、式（3.35）を解くことで減衰定数 α_{inj} を求める。

$$\alpha_{inj} = 0.054$$

入射段で電子バンチが得るエネルギー E_{binj} は、式（3.33）より

$$E_{binj} = 40\ \mathrm{MeV}$$

と決定された。この時、必要とされるプラズマ密度は、式（3.18）より求められる。

$$n_{einj} = 3.9 \times 10^{18}\ \ \mathrm{cm}^{-3}.$$

入射段で必要とされるパルスの時間幅 τ_{inj}、マッチング半径 r_{inj}、マッチング出力 P_{inj} はそれぞれ、

$$\tau_{inj} = 31\ \mathrm{fs}, \quad r_{minj} = 6.8\ \mu\mathrm{m}, \quad P_{Linj} = 11\ \mathrm{TW}.$$

となる。これらは、式（3.21)、式（3.22)、式（3.23）より求めることができる。

次は加速段のパラメータを考える。入射段で生成された電子ビームは $E_{binj} = 40$ MeV まで加速されるので 、加速段では $E_{bacc} = E_e - E_{binj} = 170$ MeV の加速が必要になる。式（3.28）を用いて定数 C を求め、式（3.27）を解くと、

$$\alpha_{acc} = 0.078.$$

が導かれる。式（3.18）に α_c を代入すると、加速段に必要なプラズマ密度は

$$n_{eacc} = 1.1 \times 10^{18}\ \mathrm{cm}^{-8}.$$

と求められる。加速に必要な長さは、式（3.19）より、

$$L_{acc} = 2.6\ \mathrm{cm}.$$

以下、入射段と同様に加速段で必要とされるレーザーパラメータを求めると、

$$\tau_{Lacc} = 54\ \mathrm{fs}, \quad r_{macc} = 5.6\ \mu\mathrm{m}, \quad P_{Lacc} = 41\ \mathrm{TW}.$$

となる。電子ビームのエネルギー幅は式（3.31）より、

$$\frac{\delta E}{E_e} = 0.02[\%]\left(\frac{5000}{0.8}\right)\left(\frac{3.3\times 10^{18}}{10^{17}\mathrm{cm}^{-3}}\right)^{-\frac{1}{2}}\frac{E_{binj}}{E_e} = 4.1\ \%.$$

と求められる。規格化エミッタンスは式（3.32）より、

$$\epsilon_{n0} = 0.15\ \mu\mathrm{m}.$$

となる。

最後に、入射段と加速段に必要なレーザースペックから、電荷量 1.6 nC、エネルギー 210 MeV の電子ビームを生成するのに必要とされるレーザーのスペックを求める。必要とされるパルス幅 τ_L は、パルス幅が前縁の回折によって減少すると仮定すると、入射段での自己伝搬に必要なパルス幅と加速段で必要なパルス幅の足し合わせで書くことができる。

$$\tau_L = \tau_{Linj} + \tau_{Lacc} = 85 \text{ fs}, .$$

ピークパワー P_L は、

$$P_L = P_{Linj} = 41 \text{ TW}.$$

となる。よって、レーザーのパルスエネルギー U_L は、式 (3.24)

$$U_L = P_L \tau_L = 3.5 \ J.$$

レーザーの非線形強度因子が式 (3.7) と求められることから、スポット径 r_L が計算され、

$$r_L = 12 \ \mu\text{m}.$$

となる。

以上で、ビームエネルギー $E_e = 210\text{MeV}$、電荷量 $Q_b = 1.6\text{nC}$ の電子ビーム生成に必要なパラメータが求められた。なお、入射段、加速段におけるレーザーの伝搬は、図 3.5 のようになる。

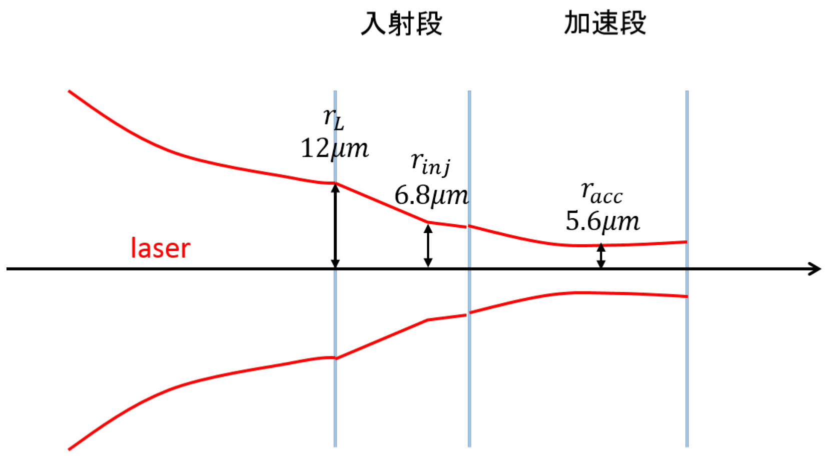


図 3.5　2 段階のレーザー航跡場加速でのレーザーの伝搬

3.6　収束方法

LPA で生成された電子ビームは、永久磁石で構成された 4 極子磁石 (PMQ)[28] を用いて収束させる。永久磁石は電磁石と異なり、小型なので、実験系をコンパクトにできる利点がある。4 極子磁石の配列をハルバッハ配列 [26] と呼ぶ。永久磁石単体では、最大でも約 1 T の磁場しか保持できないが、図 3.6 のように磁石をおくことで、大きな磁場勾配を得ることができる。

$$B' = 2B_r \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_0} \right). \tag{3.37}$$

式 (3.37) は、磁場 B_r を持つ磁石を、内径 r_i、外形 r_0 となるように配置したときの磁場勾配を表す。例えば、$B_r = 1.22$ T、$r_i = 2.5$ mm、$r_0 = 7.5;$mm の時、$B' = 650$ T/m という大きな勾配を作ることができる。

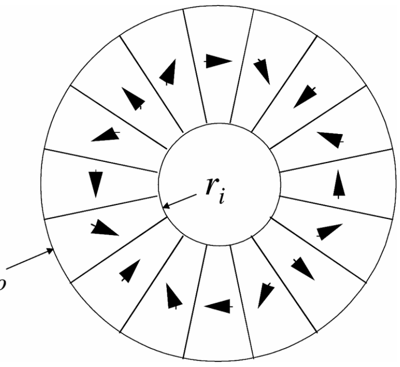


図 3.6　ハルバッハ配列による 4 極子磁石 [28]　永久磁石 16 個を放射状に並べることで、4 極子磁石を作ることができる。磁石に書かれている矢印は各磁石の磁場の向きを表している。

TRACE3D[27] に、LPA で生成された電子ビームのパラメータを入力し、収束シミュレーションを行った。収束には -275 T/m、770 T/m、-650 T/m の 3 つの PMQ を用いた。磁石の内径を 3.0 mm、外形を 12.0 mm とした。図 3.7 は収束の過程を表しており、青線が水平方向、赤線が垂直方向の電子ビームの包絡線を示している。シミュレーションにより、電子ビームは水平方向に $\sigma_x = 0.8\ \mu$m、垂直方向に $\sigma_y = 0.5\ \mu$m まで絞れることが分かった。

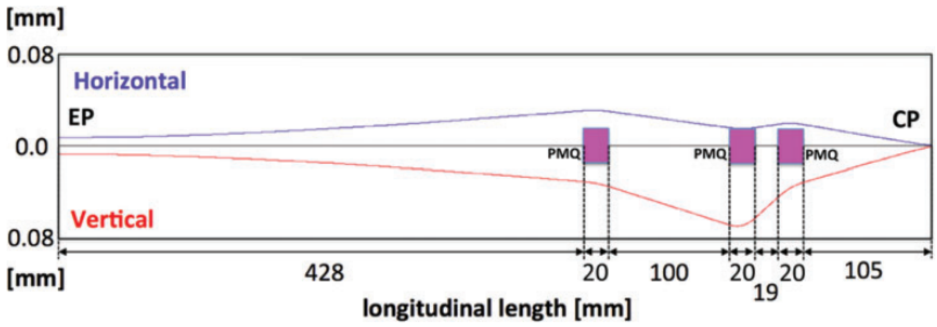


図 3.7　電子ビーム収束段　LPA から電子が排出され（EP)、衝突光子の生成点である逆コンプトン散乱点（CP）までの電子ビームの収束過程のシミュレーション結果である。青線が水平方向、赤線が垂直方向の電子ビームの包絡線を表している。

4　逆コンプトン散乱の散乱断面積導出とパラメータの最適化

逆コンプトン散乱を用いて衝突光子生成し、重心系エネルギーが最大となる $1-2$ MeV となる光子-光子衝突を実現する。逆コンプトン散乱は、高速な電子と光子（レーザー光子）の散乱である為、加速された電子の散乱から高エネルギー光子を得ることができる。本章では、非線形領域の逆コンプトン散乱について触れ、QED 光子-光子散乱散乱の収量が最大化するようパラメータの最適化を行う。なお、本章で扱う非線形逆コンプトン散乱の式は全て Shmakov 氏の論文 [29] によった。

4.1　非線形逆コンプトン散乱

線形の逆コンプトン散乱は 1 光子と 1 電子の散乱である。

$$e^- + \omega \to e^- + \gamma \tag{4.1}$$

線形領域での逆コンプトン散乱の散乱断面積は Klien-Nishina 式によって、

$$\sigma_{Compton} = \frac{\pi r_0^2 m^2}{E\omega} O(1) \tag{4.2}$$

と書ける。ここで r_0 は古典電子半径、、m は電子の静止質量、ω、E はそれぞれ入射光子のエネルギーと電子のエネルギーである。1 秒当たりの衝突頻度は散乱断面積とルミノシティーの積なので、多くの高エネルギー光子を得る為には、レーザーのパルスエネルギーを大きく、かつビーム系を小さくすることで電場強度を強くし、ルミノシティーを上昇させるのが良いように思える。しかし、QED 理論は、電磁場が弱い領域では、集団的な効果を無視できるため、電場中の光子を個々のものとしてとらえて電子との一対一の線形反応として扱っている。つまり、電場強度が高くなり、相対論的になるにつれ、集団的な効果が表れ始める。

レーザーの非線形強度因子は、無次元量 η で表される。η は、

$$\eta = \frac{eA_{rms}}{mc^2} = \frac{e\sqrt{-< A_\mu A^\mu >}}{mc^2}. \tag{4.3}$$

と定義される。ただし、e は素電荷量、c は光速である。A_μ は 1 つのレーザーパルスの 4 次元ベクトルポテンシャルであり、$A_{rms} = \sqrt{-< A_\mu A^\mu >}$ とする。

非線形な効果の一つとして、1 電子に対して多数の光子が吸収されるような反応が現れる。

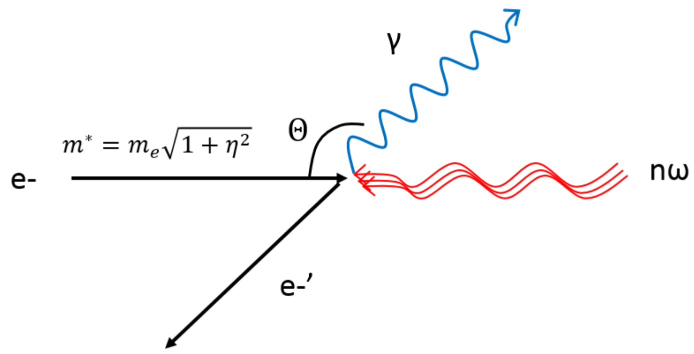


図 4.1　非線形逆コンプトン散乱概念図　　入射電子 e^- に n 個のレーザー光子が吸収され、エネルギーを失った電子 e^- と 1 つの高エネルギー光子 γ が生じる。また電子はレーザー電場の影響を受け、質量が実効的に重くなる。

$$e^- + n\omega \to e^{-'} + \gamma \tag{4.4}$$

n は電子に吸収されたレーザー光子数である。しかし、$n \geq 2$ の反応は高次の効果である為、η がそれほど高くない領域では 1 光子対 1 電子の逆コンプトン散乱が占有的である。その為、以降は $n = 1$ の散乱についてのみ考慮するとする。

また、相対論的効果によって、電子はレーザー電場の影響を受け、有効質量 $m^* = m\sqrt{1+\eta^2}$ と重くなる。結果、$n = 1$ の 1 光子対 1 電子の散乱において、散乱光子の最大エネルギーは減少し、全散乱断面積も小さくなってしまう。この効果は $1-2$ MeV の光子-光子衝突を実現する際に大きな足かせとなる。一方、η の増大に伴って光強度が増すと、単位面積当たりのレーザー光子数も比例して多くなり、逆コンプトン散乱のルミノシティー L_{el} の強度因子が大きくなる利点もある。

4.2 強い電場中の逆コンプトン散乱の運動学

入射光子と電子の重心系で逆コンプトン散乱を考える。入射光子と電子の 4 次元運動量を nk_1、p_1、散乱光子と電子の 4 元運動量を k_2、p_2 とする。電子の 4 元運動量は、レーザー電場中で変化する事を考慮し、準 4 元運動量 q_1、q_2 を定義する。

$$
\begin{aligned}
q_1 &= p_1 + \frac{\eta^2 m^2}{2(k_1 p_1)},\ q_1^2 = m_*^2 = m^2(1+\eta^2), \\
q_2 &= p_2 + \frac{\eta^2 m^2}{2(k_1 p_2)},\ q_2^2 = m_*^2 = m^2(1+\eta^2).
\end{aligned} \tag{4.5}
$$

系によらない、無次元量パラメータを u、u_n、x と定義し、重心系エネルギーの 2 乗を s とする。それぞれ、

$$
\begin{aligned}
u &= \frac{k_1 k_2}{k_1 p_2},\ u_n = \frac{nx}{1+\eta^2},\ x = \frac{2(k_1 p_1)}{m^2}, \\
s &= (k_1 + k_2)^2 = (1+x)m^2.
\end{aligned} \tag{4.6}
$$

と書ける。重心系は $n\boldsymbol{k}_1 + \boldsymbol{q}_1 = 0$ と定義される。η やレーザー光子数 n が異なれば重心系は異なることに注意されたい。

エネルギー運動量保存則により、

$$
nk_1 + q_1 = k_2 + q_2. \tag{4.7}
$$

が成り立つ。

重心系において、光子はあらゆる角度 $\Theta(\cos\Theta = [-1,1])$ に散乱する。重心系での電子のエネルギーを Q_0、運動量を Q とすると、エネルギー運動量保存則より、各粒子の 4 元運動量は

$$
\begin{aligned}
k_1 &= \frac{1}{n}(Q,0,0,Q), \\
q_1 &= (Q_0,0,0,-Q), \\
k_2 &= (Q, Q\sin\Theta, 0, Q\cos\Theta), \\
q_2 &= (Q_0, -Q\sin\Theta, 0, -Q\cos\Theta).
\end{aligned} \tag{4.8}
$$

式（4.6)、式（4.8）より 2 つの等式が導ける

$$
\begin{aligned}
m_*^2 &= 2n(k_1 q_1) = 2QQ_0 + 2Q^2, \\
Q_0^2 - Q^2 &= m_*^2.
\end{aligned}
$$

上式を Q_0、Q について解くと、

$$
\begin{aligned}
Q &= \frac{m_*}{2}\frac{u_n}{\sqrt{1+u_n}}, \\
Q_0 &= \frac{m_*}{2}\frac{u_n+2}{\sqrt{1+u_n}}.
\end{aligned} \tag{4.9}
$$

となり、重心系でのエネルギー Q_0 と運動量 Q が決定される。u は光子の散乱角度 Θ の関数であるから、エネルギーは Θ に対して一意に決まることが分かる。

実験室系から重心系に変換する際のローレンツ因子 $\gamma_{COM} = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ は電子が光速に近い時、$E_1 = \gamma_{COM}Q0 + \beta\gamma_{COM}Q \approx \gamma_{COM}(Q+Q_0)$($E_1$ は電子のビームエネルギー) と近似できる。ゆえに

$$
\gamma_{COM} \approx \frac{E_1}{m_*\sqrt{s+u_n}}. \tag{4.10}
$$

となる。

実験室系から電子の静止系へ変換する際のローレンツ因子 γ^* は

$$\gamma^* = \frac{E_1}{m_*}. \tag{4.11}$$

であり、重心系のローレンツ因子 γ_{COM} と異なっていることに注意されたい。

不変量 $u = (k_1k_2)/(k_1p_2)$ は、$(k_1p_2) = (k_1q_2)$、$(k_1p_1) = (k_1q_1)$ であることを考えると、式（4.6)、式（4.9）より

$$u = \frac{u_n(1-\cos\Theta)}{2+u_n(1+\cos\Theta)} = [0, ..., u_n]. \tag{4.12}$$

重心系での散乱角を $\cos\Theta = [-1,1]$ と u は相関を持つ。例えば、 $\cos\Theta = -1(\ \Theta = 180°)$ の時、u は最小値 0 をとる。この時、電子が最もエネルギーを失い、散乱光子のエネルギーが最大になる。

4.3 円偏光の微分散乱断面積

第 2 章より、QED 光子-光子散乱は初期状態を指定することで、初期状態を指定しない無偏光の場合と比べ、散乱断面積が大きくできることが分かった。本節では円偏光の衝突光子を得る為に、非線形逆コンプトン散乱の円偏光の微分散乱断面積を扱う。

円偏光の光子はヘリシティーによって特徴づけられる。ヘリシティは運動量 $\boldsymbol{k}$ 方向の写像として定義される。光子は質量 0 の為、+1 (positive stae)、−1 (negative state) の 2 種類のみのヘリシティを持つ。逆コンプトン散乱で生成された光子は、レーザー光子と同一の偏光、または逆周りの偏光を持つ。以降、レーザー光子と同一方向の偏光を持つ散乱光子のヘリシティーを positive state、偏光が逆転したものを negative state のヘリシティーを持つ光子とする。重心系での運動幾何を図 4.2 に示す。

レーザーの偏光ベクトルを $\epsilon_l = 1/\sqrt{2}(0,+i,0)$ と定義すると、散乱光子の positive state の偏光ベクトル ϵ_p と negative state の偏光ベクトル ϵ_n はそれぞれ、

$$\begin{aligned} \epsilon_p &= \frac{1}{\sqrt{2}}(0,\cos\Theta,+i,-\sin\Theta), \\ \epsilon_n &= \frac{1}{\sqrt{2}}(0,\cos\Theta,-i,-\sin\Theta). \end{aligned} \tag{4.13}$$

となる。

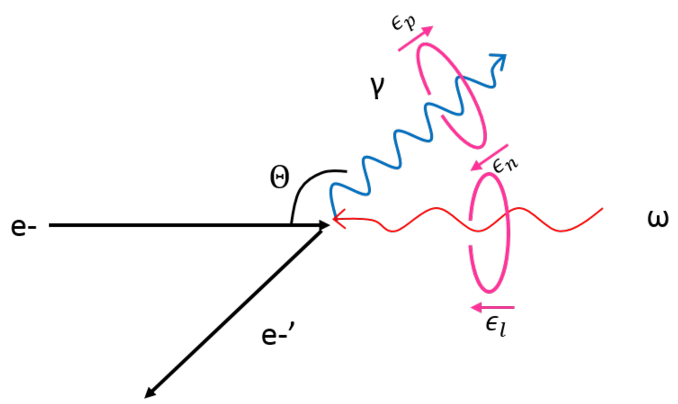


図 4.2　非線形逆コンプトン散乱概念図　　入射電子 e^- に偏光 ϵ_p を持った n=1 個のレーザー光子が吸収され、エネルギーを失った電子 e^- と 1 つの高エネルギー光子 γ が生じる。高エネルギー光子はレーザー光子と同様の偏光 ϵ_p、または逆回りの偏光 ϵ_n を持つ。

この時、positive state、negative state の微分散乱断面積 $d\sigma_p$、$d\sigma_n$ はそれぞれ重心系で、

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma_p}{du} &= 4\pi r_0^2 \frac{m^2}{s-m^2}\frac{1}{\eta^2}\frac{1}{(1+u)^2} \\ &\left[-J_n^2 + \frac{\eta^2}{2}\left(1+\frac{u^2}{2(u+1)}\right)\left(2(1-\frac{u}{u_n})J_{n-1}^2 + 2\frac{u}{u_n}J_{n+1}^2 - 2J_n^2\right)\right] \qquad (4.14)\\ \frac{d\sigma_n}{du} &= 4\pi r_0^2 \frac{m^2}{s-m^2}\frac{1}{\eta^2}\frac{1}{(1+u)^2} \\ &\left[-J_n^2 + \frac{\eta^2}{2}\left(1+\frac{u^2}{2(u+1)}\right)\left(2\frac{u}{u_n}J_{n-1}^2 + 2(1-\frac{u}{u_n})J_{n+1}^2 - 2J_n^2\right)\right] \qquad (4.15)\end{aligned}$$

と書ける。u は Θ の関数である。円偏光の逆コンプトン散乱は ϕ 方向について一様に散乱するので、式（4.14）はすでに、2π の因子がかけられている。ただし、$J_n(\alpha)$ は第一種ベッセル関数を指し、α は

$$\alpha = -2n\frac{\sqrt{u(u_n-u)}}{u_n}\frac{\eta}{\sqrt{1+\eta^2}}$$

と表される。

4.4 重心系から実験室系への座標変換

逆コンプトン散乱より得られる光子のエネルギーは、散乱角度から一意に決まる。本節では、実験室系での散乱光子のエネルギーと運動量を得る為に、重心系から実験室系へのローレンツ変換を行う。

実験室系での散乱後の光子エネルギーを ω_2、散乱角度を Θ_{lab} とすると、

$$\begin{aligned}\omega_2 &= \gamma_{COM}Q - \gamma_{COM}\beta\cos\Theta \\ \omega_2\cos\Theta_{lab} &= \gamma_{COM}Q\cos\Theta - \gamma_{COM}\beta Q, \\ \omega_2\sin\Theta_{lab} &= Q\sin\Theta_{COM} \qquad (4.16)\end{aligned}$$

となる。式（4.16）の第 2 式、第 3 式に第 1 式を代入すると、散乱角度の重心系から実験室系への変換式が得られる。

$$\begin{aligned}\sin\Theta_{lab} &= \frac{1}{\gamma_{COM}}\frac{\sin\Theta}{1-\beta\cos\Theta}, \\ \cos\Theta_{lab} &= -\frac{\beta-\cos\Theta}{1-\beta\cos\Theta}. \qquad (4.17)\end{aligned}$$

実験室系から重心系の変換は

$$\begin{aligned}\cos\Theta &= \frac{\beta+\cos\Theta_{lab}}{1+\beta\cos\Theta_{lab}} \\ \sin\Theta &= \frac{1}{\gamma}\frac{\sin\Theta_{lab}}{1+\beta\cos\Theta_{lab}} \qquad (4.18)\end{aligned}$$

となる。QED 光子-光子散乱に使用する光子は、エネルギーの大きな $\Theta = \pi$ 付近の散乱光子の為、便利の為に、$\theta_{lab} = \pi - \Theta_{lab}$ と置き換える。つまり、$\theta = 0$ の散乱光子が最もエネルギーの高い光子となる。これにより、式（4.18）は

$$\begin{aligned}\cos\Theta &= \frac{\beta-\cos\theta_{lab}}{1-\beta\cos\theta_{lab}} \\ \sin\Theta &= \frac{1}{\gamma}\frac{\sin\theta_{lab}}{1-\beta\cos\theta_{lab}} \qquad (4.19)\end{aligned}$$

となる。式（4.14）の各変数をまとめると以下となる。

$$
\begin{aligned}
u &= \frac{u_n(1-\cos\Theta)}{2+u_n(1+\cos\Theta)} = [0,...,u_n],\\
u_n &= nu_1 = \frac{nx}{1+\eta^2},\\
x &= \frac{2(k_1p_1)}{m^2} = \frac{2\omega_1E_1(1+\cos\alpha)}{m^2}\\
s &= (k_1+k_2)^2 = (1+x)m^2
\end{aligned}
$$

α は電子とレーザー光子の衝突角度である。本章では $\alpha=0$ の正面衝突としている。

また、系変換に伴うヤコビアンは、

$$
\begin{aligned}
\frac{d\sigma}{d\theta_{lab}} &= \frac{d\sigma}{du}\frac{du}{\theta}\frac{d\Theta}{d\Theta_{lab}}\frac{d\Theta_{lab}}{d\theta_{lab}} \\
&= -\frac{d\sigma}{du}\frac{du}{d\Theta}\frac{d\Theta}{d\theta_{lab}}.
\end{aligned}
\tag{4.20}
$$

となる。以降 $\theta_{lab}=\theta$ とする。

4.5 η の最適化

本節では QED 光子-光子散乱の収量が最大化する η を選択する。使用するレーザーのパラメータは表 6.1 を参照されたい。η はレーザーのスポット径を小さくすることで大きくする。逆コンプトン散乱に用いる電子は第 3 章で求めたビームエネルギー $E_1=210$ MeV、電荷量 $Q=1.6$ nC($N_e=10^{10}$) の電子ビームに固定して考える。

図 4.3 は、ほぼ線形領域と一致する $\eta=0.01$ の時の微分散乱断面積と非線形領域である $\eta=0.8$ の時の微分散乱断面積を比較した図である。赤線が $\eta=0.01$、青線が $\eta=0.8$ を表している。また、太線は negative state、細線は positive state の断面積である。非線形性が増すことによって散乱断面積の抑制がみられる。negative state と positive state を比較すると、θ が小さい、つまり IP(光子-光子衝突点）に向かって散乱する光子の多くが、偏光が逆転する negative state である事が分かる。QED 光子-光子散乱の散乱断面積を最大化するには、衝突光子どうしが同一のヘリシティを持つ必要があるので、ヘリシティの純度を守る為、negative state の散乱が占有的な散乱角 $\theta=1/\gamma^*$ rad までの光子を光子-光子衝突に使用する粒子と考える必要がある。

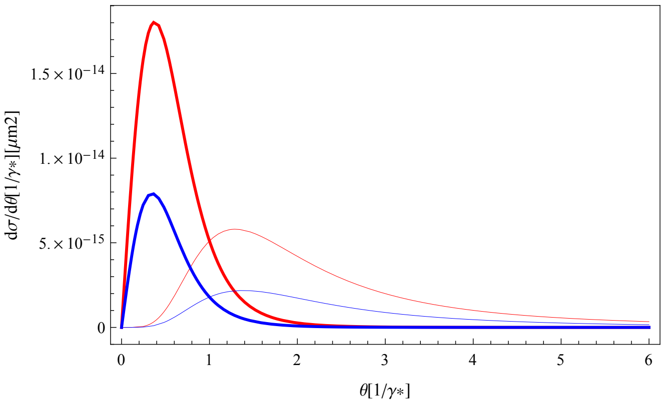


図 4.3　線形領域と非線形領域の逆コンプトン散乱の微分散乱断面積　　式 （4.14）を実験系へと系変換した後の微分散乱断面積である。ほぼ線形領域である $\eta = 0.01$(赤) と非線形領域 $\eta = 0.8$（青）の角度 θ 依存の微分散乱断面積を比較した図である。赤が角度 ϕ についてはすでに積分がなされており、2π の因子がかかっている。また θ は電子の静止系のローレンツ因子 γ^*(式 （4.11）) によって規格化されている。太線は negative state、細線が positive state を表している。

図 4.3 を見ると、断面積の観点からは線形領域に近ければ近いほど良いが、実際は η の上昇に伴って逆コンプトン散乱のルミノシティ L_{el} が大きくなるため、ルミノシティ $L_{\gamma\gamma}$ の強度因子 N_γ^2 は図 4.4 のような関係になる。

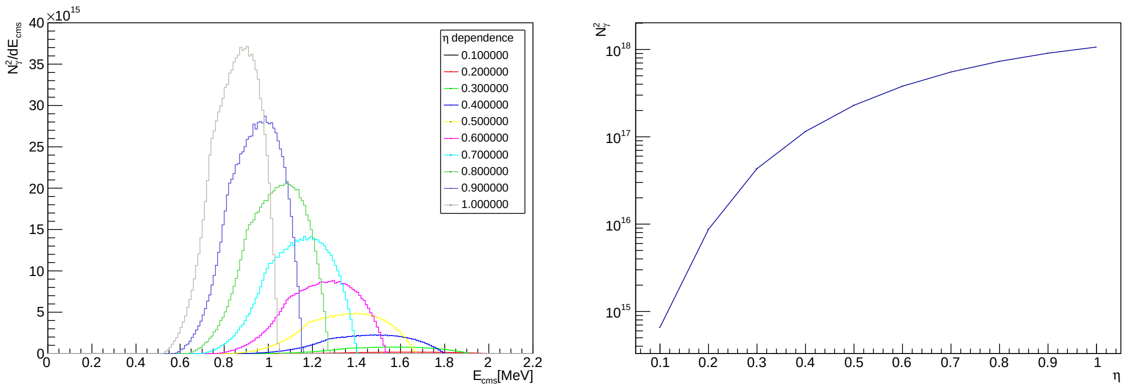


図 4.4　逆コンプトン散乱の非線形効果　左図はルミノシティー強度因子 N_γ^2 の重心系エネルギーの分布を表しており、右図は η の上昇に伴った N_γ^2 の総量の変化を表している。η 上昇に伴い、散乱断面積は減少するが、ルミノシティ L_{el} が上昇する為、N_γ^2 が大きくなる。しかし、非線形性が上昇する為、左図のように IP での重心系エネルギー E_{cms} は小さくなってしまう。

図 4.4 の右図は η と QED 光子-光子散乱のルミノシティ $L_{\gamma\gamma}$ の強度因子 N_γ^2 の関係を表している。η の増加に伴い光子の生成量が増えていることが分かる。左図は、CP（逆コンプトン散乱点）で生成された光子を negative state の $\theta < 1/\gamma^*$ での散乱断面積で重みをとり、衝突光子間の全組み合わせをとった時の重心系エネルギー E_{cms} の分布である。ヒストグラムの面積は CP で生成された $\theta < 1/\gamma^*$ までの光子数の 2 乗で規格化されている。η の上昇に従って、N_γ^2 の総量は増していくが、E_{cms} が徐々に小さくなっているのが分かる。QED 光子-光子散乱は重心系エネルギー 1 MeV 以下で散乱断面積 σ_{qed} が 6 乗に比例して抑制される為、η の増加に伴う衝突光子の生成量と、光子の持つエネルギーの減少に伴う QED 光子-光子散乱の散乱断面積 σ_{qed} の減少とのバランスをとるのが必要がある。

図 4.4 のルミノシティ強度因子の E_{cms} 分布を考慮した光子-光子散乱の収量は、

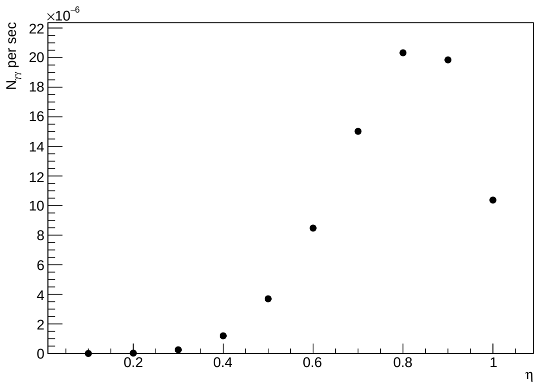
$$N_{\gamma\gamma} = \sum_{E_{cms}} L_{\gamma\gamma}(E_{cms})\sigma_{qed}(E_{cms}).$$

と表される。ただし $L_{\gamma\gamma}(E_{cms}) = N_\gamma^2(E_{cms})/4\pi r_b^2$ とする。また、σ_{qed} は 2 章で求められた QED 光子-光子散乱の微分散乱断面積を重心系エネルギー E_{cms} 別に、$\theta = 1 - 179°$、$\phi = 0 - 360°$ の積分範囲で数値積分したものである。数値積分にはシンプソンの公式 [37] を用いた。生成光子のビーム有効径 r_b は、電子ビームのビーム径が逆コンプトン散乱に使用するレーザーのスポット径 ω_0 より十分に小さい時、$r_b = \omega_0$ となる。CP で生成された光子は角度を持つので、CP から衝突点 IP までの距離 D は N_γ を増やす為に、出来るだけ小さくとるべきである。しかし、初期状態を同一のヘリシティに指定する為、有効な散乱角度を $\theta < 1/\gamma^*$ と制限し、negative state の純度を保つ必要がある。よって、$D/\gamma^* = \omega_0$ となる距離を選べばよい。つまり、CP と IP の距離 D を調節する事によって、衝突光子のヘリシティを制御することができるのだ。

$\eta = 0.1 - 1.0$ 間の QED 光子-光子散乱の散乱収量が図 4.5 である。a) は散乱収量を 0.1 刻みで 10 点求め、b) はさらに $\eta = 0.7 - 0.9$ の区間の刻みを 10 分の 1 にし、詳細に計算した。 $\eta = 0.81 - 0.86$ の区間が収量が最大となる事が分かる。本研究では、スポット径 $\omega_0 = 3.0\ \mu$m となる、$\eta = 0.83$ を採用することにする。この時、CP から IP の距離 D は $D = 1.23$ mm となる。また $\eta = 0.83$ の時生成される衝突光子のエネルギーは 0.32 − 0.65 MeV、平均重心系エネルギーは 1.0 MeV となる。以上より、1 秒あたりの散乱収量は

$$N_{\gamma\gamma} = 2.1 \times 10^{-5}\ \text{Hz}.$$

となる。



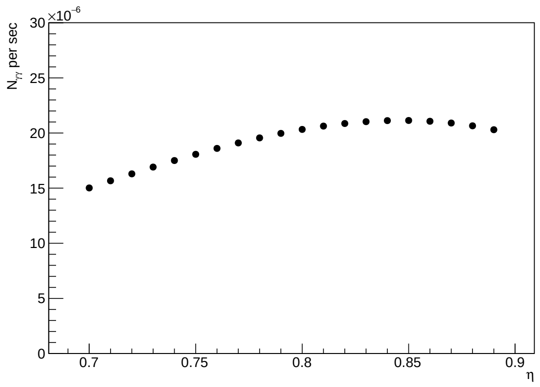


図 4.5　η 毎の QED 光子-光子散乱の 1 秒当たりの散乱収量　左が QED 光子-光子散乱の散乱収量 $N_{\gamma\gamma}$ を $\eta = 0.1 - 1.0$ を 0.1 刻みで求めた図である。右が η に対する $N_{\gamma\gamma}$ を $\eta = 0.7 - 0.8$ 間で 0.01 刻みで求めたもである。$\eta = 0.83 - 0.86$ の間はほぼ横ばいであり、散乱収量に差はない。

5　検出器

本章では、卓上衝突光学系で使用する検出器の設計を行う。QED 光子-光子散乱事象と背景事象の角度分布に注目し、検出器のアクセプタンスを決定することで、背景事象の混入を極力小さくする。さらに、~ 1 MeV 光子を検出する為に適切な結晶を決定し、検出器の形状を決定した。決定した情報をもとに

Geatn4[38] 上で検出器を再現し、乱数を用いて発生させた QED 光子-光子散乱事象を入力し、検出器の検出効率を求めた。乱数の生成、Geatn4 の結果の解析には高エネルギー物理の解析に用いられる ROOT[39] を用いた。

5.1 粒子の生成

最終的に検出される QED 光子-光子散乱事象は、QED 光子-光子散乱の角度分布のだけではなく、衝突光子の生成に用いた逆コンプトン散乱の影響も含めなければならない。本節では、分布関数に従った乱数の発生方法について述べ、逆コンプトン散乱の影響を考慮した QED 光子-光子散乱事象を生成する。

5.1.1 逆関数法による乱数生成

逆関数法とは、ある確率密度 $\mathrm{f}(x)$ に従った乱数を生成する手法の一つである。確率密度の分布関数を $\mathrm{F}(x)$ とすると、

$$\mathrm{F}(x) = \int_{-\infty}^{x} \mathrm{f}(x)dx. \tag{5.1}$$

と定義される。確率密度は x となる事象が起こる確率を表しているので、全範囲 $(-\infty, \infty)$ にわたって積分を行えば $\int \mathrm{f}(x)dx = 1$ となる。つまり、分布関数 $\mathrm{F}(x)$ は、$0 \leq \mathrm{F}(x) \leq 1$ の値域をもつ、単調増加関数である。$\mathrm{U} = \mathrm{F}(X)$ とおくと、分布関数 F は値域 [0, 1] を持つので、確率変数 U も同様に [0, 1] の区間をもつ。単調増加の性質を持っているので、図 5.1 のように、ある U に対して X の値が一意に決定される。すなわち、逆関数が存在する事を意味する。F の逆関数を F^{-} とすると、

$$\mathrm{X} = \mathrm{F}^{-}(\mathrm{U}). \tag{5.2}$$

と書ける。これより、U の持つ区間を満たす [0, 1] の一様乱数を生成できれば、分関数 F に従うような乱数を発生させることができる。

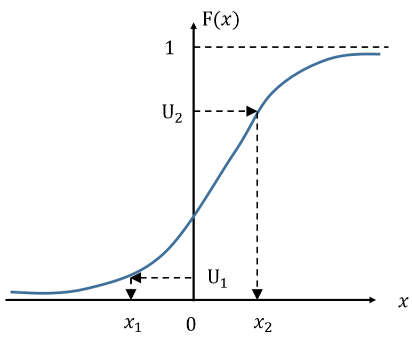


図 5.1 連続確率分布に対する逆関数法

逆関数法は、離散型、つまりヒストグラムで分布が与えられた場合も同様に乱数を発生させることができる。生成された一様乱数 U に対して、以下の条件を満たすようなビンを選べばよい。

$$\mathrm{F}(x_{i-1}) < \mathrm{U} \leq \mathrm{F}(x_i). \tag{5.3}$$

図 5.3、図 5.4 は、逆関数法によって、分布関数に従うように発生させた乱数である。多少のかたよりはあるもの、確率分布を再現できていることができる。

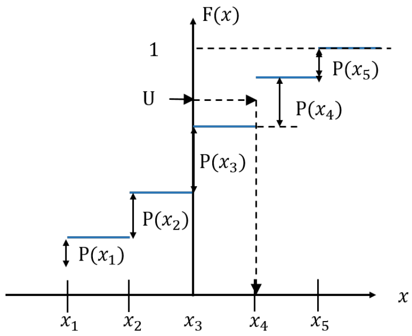


図 5.2　連続確率分布に対する逆関数法

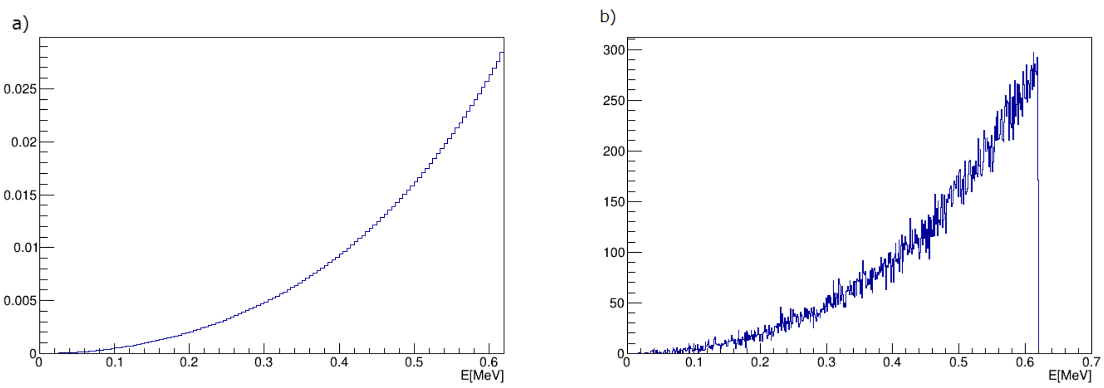
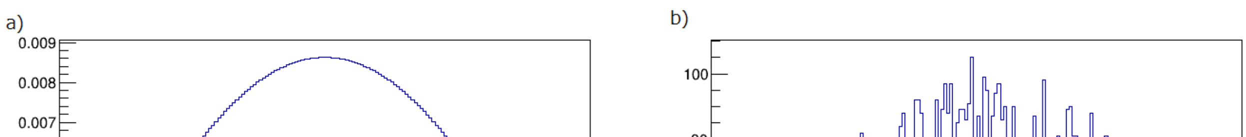


図 5.3　逆コンプトン散乱の微分散乱断面積と分布関数に従って生成した乱数の比較　（a）は $\eta = 0.83$ の時の逆コンプトン散乱の確率関数である。(b) はその分布関数に従って生成した乱数である。ともに横軸は散乱光子のエネルギーである。



5.1.2　逆コンプトン散乱を考慮した QED 光子-光子散乱事象の生成

本実験系で用いる衝突光子は、逆コンプトン散乱で生成する為、エネルギーに幅をもつ。第 4 章 5 節において最適化されたレーザー強度 $\eta = 0.83$ の時、衝突光子のエネルギー $0.32 - 0.65$ MeV の幅を持つ。その為、非対称衝突が生じ、実験室系の散乱角度 θ 対して非対称な散乱が起こる。

始状態の光子を 1、2、終状態の光子を 3、4 とする。実験室系での 4 元運動量を $p_i (i = 1, 2, 3, 4)$、重心系での 4 元運動量を $p'_i (i = 1, 2, 3, 4)$ とする。衝突光子の実験系での始状態を $p_1 = (\omega_1,\ 0,\ 0, \omega_1)$、$p_2 = (\omega_2,\ 0,\ 0, -\omega_2)$ とする。この時、重心系エネルギー $\sqrt{s}$ は、

$$\sqrt{s} = \sqrt{(p_1 + p_2)^2} = 2\sqrt{\omega_1 \omega_2}.$$

と表される。実験系から重心系へ系変換する際のローレンツ因子は、

$$\gamma = \frac{\omega_1 + \omega_2}{\sqrt{s}}.$$

である。また、重心系の速度は $\beta = \sqrt{1 - 1/\gamma^2}$ である。重心系エネルギー $\sqrt{s}$ の QED 光子-光子散乱の角度分布によって重心系での散乱角 θ_{cms} を決定する。ただし、ϕ_{cms} については一様に散乱するとして、$[0, 2\pi]$ の一様乱数を生成する。重心系での θ_{cms}、ϕ_{cms} が決定されると、終状態の 4 元運動量 p'_3、p'_4 は、

$$\begin{aligned} p'_3 &= (Q, Q \sin\theta_{cms} \cos\phi_{cms}, Q \sin\theta_{cms} \cos\phi_{cms}, Q \cos\theta_{cms}) \\ p'_4 &= (Q, -Q \sin\theta_{cms} \cos\phi_{cms}, -Q \sin\theta_{cms} \cos\phi_{cms}, -Q \cos\theta_{cms}) \end{aligned}$$

と書ける。ただし、$Q = \sqrt{s}/2$ とする。重心系から実験室系になおす為に、逆ローレンツ変換をかける。ローレンツ変換は z 方向に対して行われたので、3 元運動量の x 成分、y 成分については $p_x = p'_x$、$p_y = p'_y$ である。よって、Q、p'_z について変換を行うと、

$$\begin{aligned} \omega_3 &= \gamma Q + \gamma\beta Q \cos\theta_{cms} \\ p_{3z} &= \gamma\beta Q + \gamma Q \cos\theta_{cms} \\ \omega_4 &= \gamma Q - \gamma\beta Q \cos\theta_{cms} \\ p_{4z} &= \gamma\beta Q - \gamma Q \cos\theta_{cms} \end{aligned}$$

となる。

図 5.5 は、逆コンプトン散乱によって生成された光子による QED 光子-光子散乱の角度分布である。一見して、対称衝突の QED 光子-光子散乱を再現した場合（図 5.4(b)）と分布に違いは見られない。終状態の粒子の散乱角度をそれぞれ θ_3、θ_4 とした時、2 粒子間の角度差 $\Delta\theta = \theta_3 - \theta_4$ は図 5.6 のようになる。$\Delta\theta = \pm\pi$ を中心に ± 0.7 程度の広がりがみられ、散乱に非対称性がみられる。一方、$\Delta\phi$ は $\pm\pi$ のみにピークを持ち散乱の対称性が現れている。

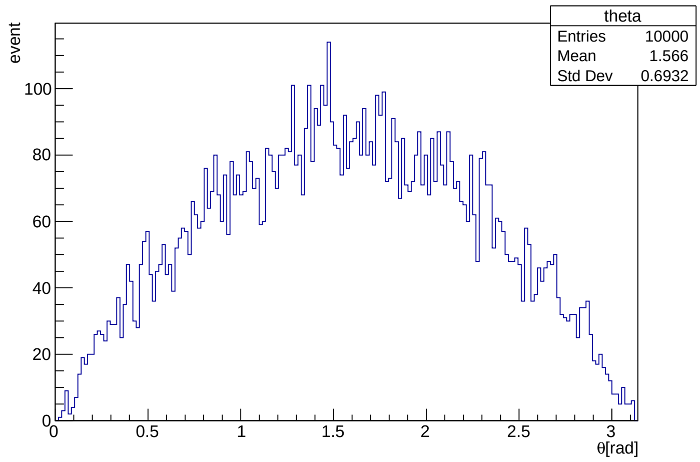


図 5.5　非対称衝突を考慮した際の QED 光子-光子散乱の散乱角度 θ 分布　横軸が散乱角度 θ、縦軸が生成数である。

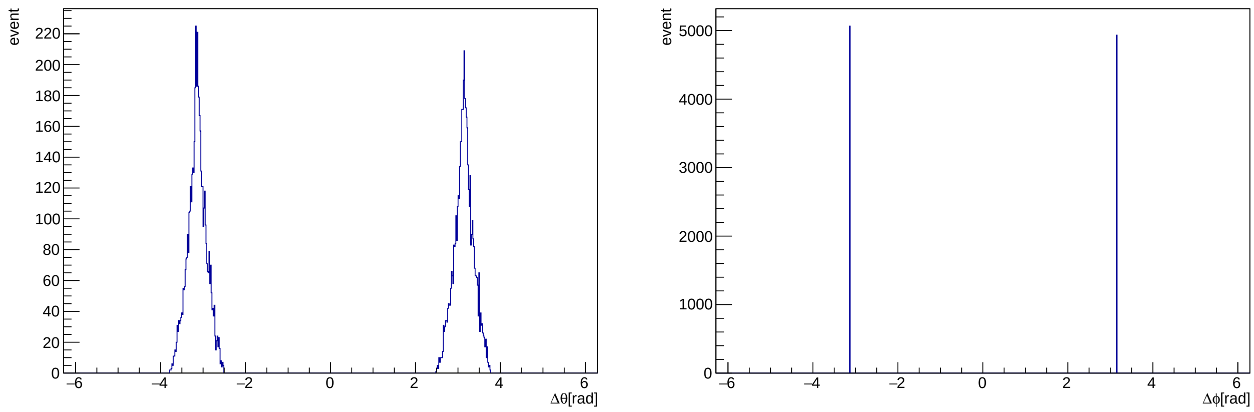


図 5.6　非対称衝突を考慮した際の QED 光子-光子散乱の散乱角度差分布　左図が $\Delta\theta = \theta_3 - \theta_4$、右図が $\Delta\phi = \phi_3 - \phi_4$ とした時の 2 粒子間の角度差分である。$\Delta\phi$ と異なり、$\Delta\theta$ は非対称衝突の影響が出ている。

5.2　背景事象による検出器アクセプタンスの決定

本節では、卓上衝突光学系の検出器アクセプタンスの決定を行う。

本実験系では、衝突光子の生成に逆コンプトン散乱を用いる。高エネルギー光子は、レーザーの後方、つまり電子ビームと同軸方向に存在する。その為、IP では光子-光子衝突と同時に、電子-電子衝突が起こる。電子-電子散乱はメラー散乱と呼ばれ、最も占有的な背景事象になることが予想される。メラー散乱の微分散乱断面積は、

$$\frac{d\sigma_M}{d\Omega} = \frac{\hbar^2 c^2 \alpha^2}{4E^2(E^2 - m^2c^4)} \left[\frac{4(2E^2 - m^2c^4)^2}{\sin^4\theta} - \frac{8E^4 - 4E^2m^2c^4 - m^4c^8}{\sin^2\theta} + (E^2 - m^2c^4)^2 \right]. \tag{5.4}$$

と書ける。ここで、E MeV は電子ビームのエネルギー、α_c は微細構造定数、m は電子の静止質量、c は光速、$\hbar$ はディラック定数である。メラー散乱と QED 光子-光子散乱の角度分布を比較した図が図 5.7 である。

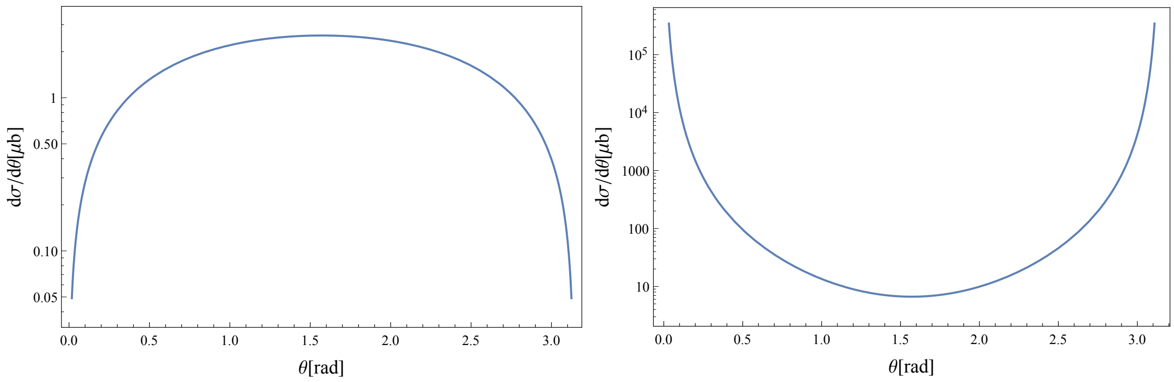


図 5.7　QED 光子-光子散乱とメラー散乱の角度分布　左が QED 光子-光子散乱の微分断面積、右がメラー散乱の微分断面積である。メラー散乱は $\theta = 0, 180^\circ$ 前方、後方への散乱が多いのに対して、QED 光子-光子散乱は $\theta = 90^\circ$ への散乱が最も多くなる。角度分布の違いを利用することで、背景事象の混入を抑えることができる。

図 5.7 のように、メラー散乱は前方後方への散乱が主になっており、$\theta = 90^\circ$ への散乱が最も多い QED 光子-光子散乱とは角度分布が大きく異なっている。この性質を利用し、検出器のアクセプタンスを $\theta = 45 - 135^\circ$、$\phi = 0 - 360^\circ$ すると、メラー散乱の断面積 σ_M は 17.8μb まで減少する。メラー散乱のルミノシティ L_{ee} は、

$$\begin{aligned} L_{ee} &= f\frac{N_e * N_e}{4\pi\sigma_x\sigma_y} \\ &= 10\frac{10^{10} * 10^{10}}{4\pi 0.8[\mu\mathrm{m}] \times 0.5[\mu\mathrm{m}]} \\ &\simeq 2.0 \times 10^{20} \ \ \mu\mathrm{m}^{-2}. \end{aligned}$$

よって、メラー散乱の収量は、

$$N = L_{ee}\sigma_M \simeq 0.35 \ \ \mathrm{Hz}.$$

となり、メラー散乱の発生頻度を 1 Hz 以下に落とすことができる。非対称衝突な光子-光子衝突を想定した場合、アクセプタンス内に散乱する QED 光子-光子散乱事象は全体の 70% である。QED 光子-光子散乱の頻度は、第 2 章より 2.1×10^{-5} Hz となることから、検出頻度は

$$(2.1 \times 10^{-5}) \times 0.7 \simeq 1.5 \times 10^{-5} \ \ [\mathrm{Hz}].$$

となる。よって、偶発同時計数は、5.3×10^{-6} Hz となり、背景事象の光子-光子散乱事象への混入は、

$$P_{contami} = 35 \ \ \%$$

となる。

5.3　検出器の形状決定

前節において、QED 光子-光子散乱と背景事象であるメラー散乱の角度分布の違いに着目し、背景事象の混入が減じるように検出器アクセプタンスの決定を行った。本節では、検出器の形状決定を行う。

QED 光子-光子散乱は衝突点を中心に放射状に散乱する為、球状の対称性の高い検出器が適している。また、主たる背景事象はメラー散乱のみであり、各事象は背景事象の少ないきれいな事象だといえる。さらに、電子のエネルギーが 210 MeV と検出される光子のエネルギー 0.32 – 0.65 MeV は大きく異なる為、両

シンチレーター	密度	放射長 X_0	モリエール半径 R_M	光量	最大蛍光波長	蛍光減衰時間
単位	g/cm^3	cm	cm	a.u	nm	ns
NaI(Tl)	3.67	2.59	4.13	100	410	245
CsI(Tl)	4.51	621	1.86	165	550	1220
GSO(Ce)	6.71	1.37	2.4	3	430	600
				30	420	56
BGO	7.31	1.12	2.23	21	480	300
$PbWO_4$	8.3	0.89	2.00	0.3	425	30
				0.077	420	10

表 5.1　結晶の性能比較 [32]

者を区別するのに必要なものは検出されるエネルギー差のみである。よって、本実験系の検出器には、シンチレーター用いる。

図 5.1 はシンチレーターに一般的に用いられる結晶の比較である。コンパクトな実験系を実現する為に、放射長 X_0 が短く、モリエール半径 R_M の小さな、物質量の大きい結晶を選択する必要がある。上記の条件を満たす結晶は、GSO 結晶である。GSO 結晶は物質量が大きく、放射長 $X_0 = 1.37$ cm、モリエール半径 $R_M = 2.4$ cm と小さい。表 5.1 中で、最も放射長が短い物質は $PbWO_4$ であるが、蛍光量が 0.3 と小さく適さない。GSO 結晶の組成式は Gd_2SiO_5 と書け、Ce が添加されている。主に医療用の PET に用いられる。加えて、0.511MeV でエネルギー分解能が 9% と高く [36]、検出光子のエネルギーが ~ 1 MeV である、本実験系において最適だと考えられる。

1 MeV 以下の光子は、電磁シャワーが発生しない為、シンチレーターの長さを $10X_0 \sim 14$ cm とする。実験系の小型化の為に、検出器の内径を 5 cm とし、外形は 19 cm となった。また、検出器を、θ 方向に 5 分割、ϕ 方向に 18 分割し、全部で 90 セルの GSO 結晶からなる検出器とする。

以上より、QED 光子-光子散乱の検証に最適化された卓上衝突光学系で用いる検出器は図 5.8 となる。

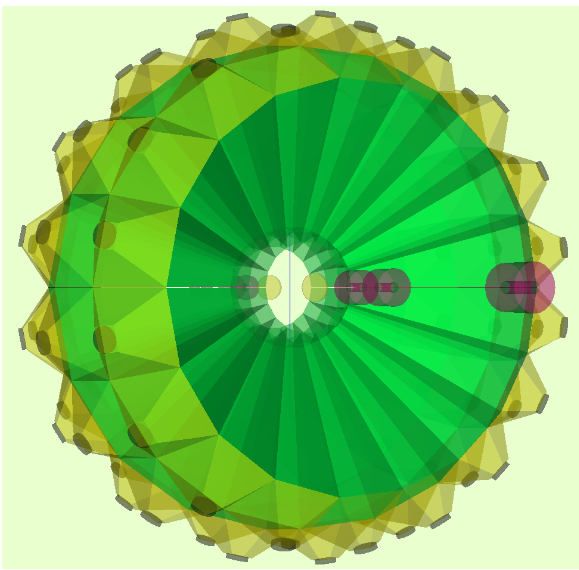


図 5.8　検出器　IP を覆う濃い緑がシンチレーターを表している。

5.4　検出効率

5.4.1　Geant4 の設定

卓上衝突光学系の検出器の構成は、検出器アクセプタンスを $\theta = 40 - 135°$、$\phi = 0 - 360°$ とし、それぞれ 5 分割、18 分割している。シンチレーターは全部で 90 セルである。各セルに 1-90 の ID を振り、情報を管理する。シミュレーション情報は ID と検出されたエネルギーのみを記録する。なお、実際の実験では、集光用のパラボラ鏡や電子収束用の磁石が置いてあるが、ここでは検出器のみが置かれた空間とし、その他の器具による影響は見ないこととした。また粒子の生成点は、検出器の中心点のみとし、揺らぎはないものとする。

シミュレーションには、本章 2 節で乱数を使用して発生させた、逆コンプトン散乱のエネルギー分布を考慮した QED 光子-光子散乱事象を用いる。ただし、検出器のアクセプタンス内の $\theta = 45 - 135°$、$\phi = 0 - 360°$ の範囲に散乱する粒子のみに限り、粒子の生成を行った。先に粒子の生成を行い、粒子情報をファイルに情報を書き出し、Geant4 にファイルを読み込ませ、シミュレーションを行った。1 事象につき 1 光子対を発生させた。事象ごとに、エネルギーの付与があったセルの ID、付与されたエネルギーを読み出し ROOT ファイルに記録した。全部で 1.0×10^4 事象を生成した。

5.4.2　Geant4 による出力

図 5.9 は 1 事象中で検出された総エネルギーの分布である。Geatn4 に入力した粒子の重心系エネルギーと異なり、0.45 MeV 付近に小さなピークが見える。これは、エネルギーを一部しか落とさない事象がある事を示している。

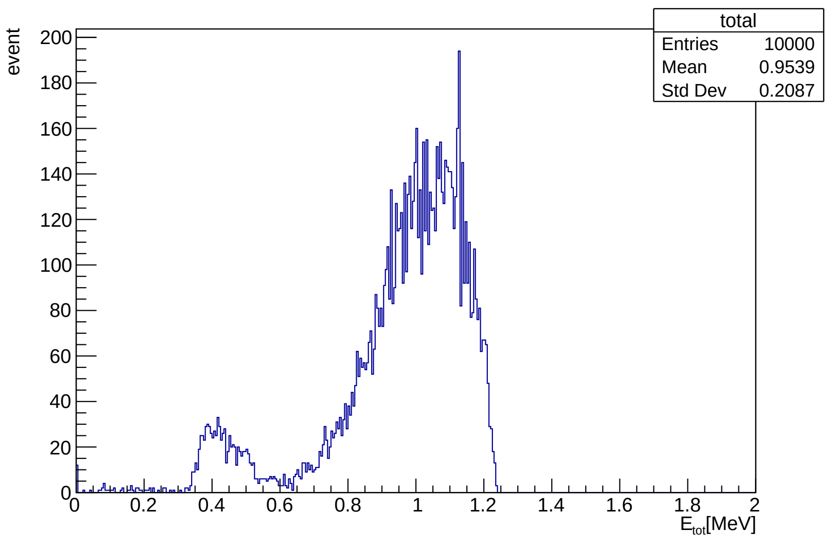


図 5.9　検出された総エネルギー量分布　横軸が 1 事象で検出された総エネルギー量 E_{tot}、縦軸が事象数である。

また図 5.10 は 1 光子対の入射に対してエネルギーの付与があったセルの数を表している。理想は、1 光子対の入射に対して 2 セルのみでエネルギーが検出されることが望ましい。しかし、入射光子と結晶の反応の仕方によっては、隣接する複数のセルとも反応し、エネルギーが検出されることがある。これは、図 5.11 の入射した光子の最低エネルギー 0.32 MeV を下回るセルが多くある事からも分かる。シンチレーターと粒子の反応には、光電効果、コンプトン散乱、対生成がある。1 MeV 以下の光子と物質の反応は、対生成

が起こらない為、光電効果とコンプトン散乱のみとなる。特に、コンプトン散乱では、再度光子の散乱が生じる為、新たに周囲のセルにエネルギーを付与する確率が高い。その為、この為、隣接するセルどうしのエネルギーを足しあげ、かつエネルギー重心を求めることが必要とされる。

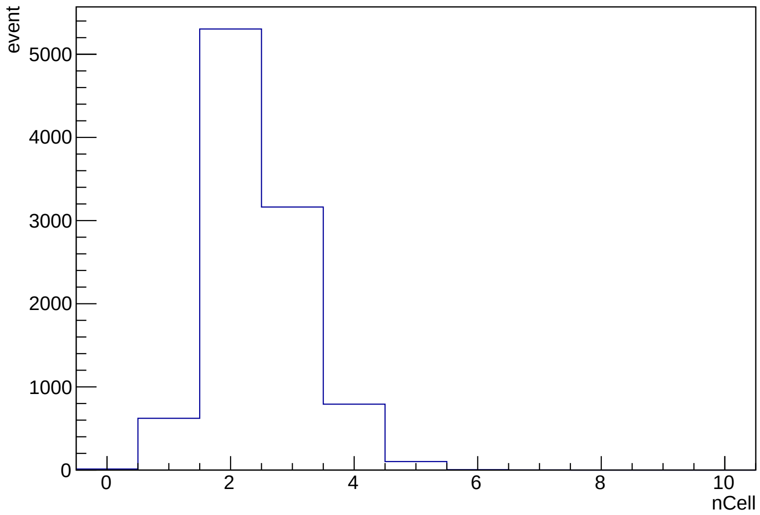


図 5.10　事象あたりのセル数の分布　横軸が 1 事象中でエネルギー付与があったセル数を示し、縦軸が事象数を指している。

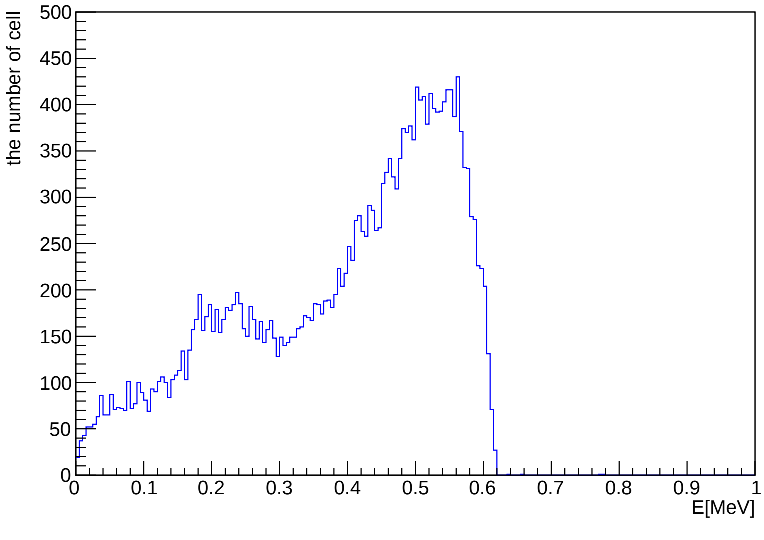


図 5.11　セルのエネルギー分布　横軸がセルに付与されたエネルギーである。

5.4.3　クラスタリング

クラスタリングは、エネルギー付与の大きなセルを中心にして、隣接するセルを足しあげることをさす。さらに、エネルギー重心を求めることで、クラスターのエネルギー中心位置を決定する。今回は、図 5.12 のような 3×3 のクラスターをを組むこととする。

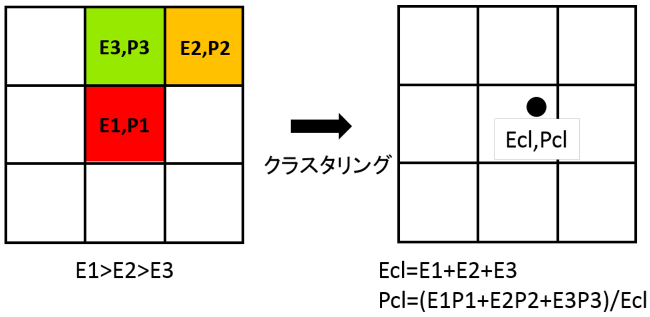


図 5.12　クラスタリングの概念図

図 5.12 を例に、クラスタリングのアルゴリズムについて説明する。色付きのセルがエネルギー付与のあったセル、白色が付与のなかったセルを表している。最初に、1 事象内で複数のセルにエネルギー付与があった時、エネルギー付与が最大となるセルを探す (E_1)。次に、隣接するセルにエネルギー付与があるかどうかを調べる。2 つのセルでエネルギーが検出されたので、クラスターエネルギーは $E_{cl} = E_1 + E_2 + E_3$ となる。足しあげられたセルのエネルギーは 0 とする。さらに、クラスターの中心 $\boldsymbol{r_{cl}}$ をエネルギー重心と考え、求める。エネルギー重心は、$\boldsymbol{r_{cl}} = (E_1\boldsymbol{r_1} + E_2\boldsymbol{r_2} + E_3\boldsymbol{r_3})/E_{cl}$ と求められる。クラスタリングが終了すると、残ったセルの中で再び、最もエネルギーの大きなセルを探し、クラスタリングを行い、各セルのエネルギーが全て 0 になるまで繰り返す。

図 5.13 は、クラスターエネルギー分布を表している。クラスタリングを行うことで、検出器に入射する光子の最低エネルギー 0.32 MeV 以下にあった分布が軽減した。しかし、検出器に全エネルギーを落とさない事象や、またはクラスター外に付与が起きる事象がある為、全てを元通りの事象に再構成することはできない。再構成を行う際は、事象の選択が必要になる。

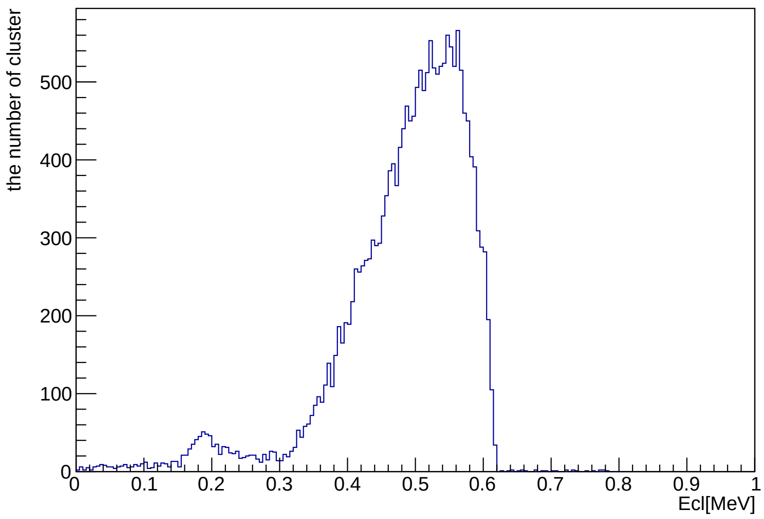


図 5.13　クラスターのエネルギー分布　横軸はクラスターのエネルギーを表している。

5.4.4　再構成と事象の選別

1 事象につき 2 つ以上のクラスターが発生した場合に、エネルギーが最大となるクラスターと次にエネルギーの大きなものを選び、再構成を行った。再構成後の重心系エネルギー $\sqrt{s_{re}}$ は、エネルギーが最大とな

るクラスターを 1、次に大きなものを 2 とした時、

$$\begin{aligned}\sqrt{s_{re}} &= \sqrt{|(p_1+p_2)^2|} \\ &= \sqrt{E_1E_2 - \boldsymbol{p}_1\cdot\boldsymbol{p}_2}.\end{aligned} \tag{5.5}$$

と表される。ただし、$p_1 = (E_1, \boldsymbol{p}_1)$、$p_2 = (E_2, \boldsymbol{p}_2)$ とする。

Geatn4 に入力した 1.0×10^4 事象の内、9222 事象について再構成することができた。図 5.14 は、再構成後の重心系エネルギーと $\sqrt{s_{re}}$ と粒子対のもともとの重心系エネルギーを $\sqrt{s}$ を比較した図である。横軸がもともとの重心系エネルギー $\sqrt{s}$、縦軸が再構成後の重心系エネルギー $\sqrt{s_{re}}$ である。$\sqrt{s}$ に対して、再構成後の $\sqrt{s_{re}}$ が幅を持っていることが分かる。再構成された 9222 事象の内、再現率 $R_{re} = \sqrt{s_{re}}/\sqrt{s}$ が 95% 未満になる事象は 873 事象あった。検出器に入射した光子が、エネルギーを一部のみ落とす事象や、コンプトン散乱によって、後方散乱等の大角度の散乱が生じ、3×3 クラスターの範囲外にエネルギーを落とす事象がある事が原因と考えられる。また、最大のエネルギー付与があったセルが最初に粒子が入射したセルと一致しない事象が存在することも考えられる。正しく再構成された事象を選別する為に、以下では $R_{re} < 95\%$ になる事象と $R_{re} \geq 95\%$ となる事象の、各カットパラメータに対する分布を比較する。

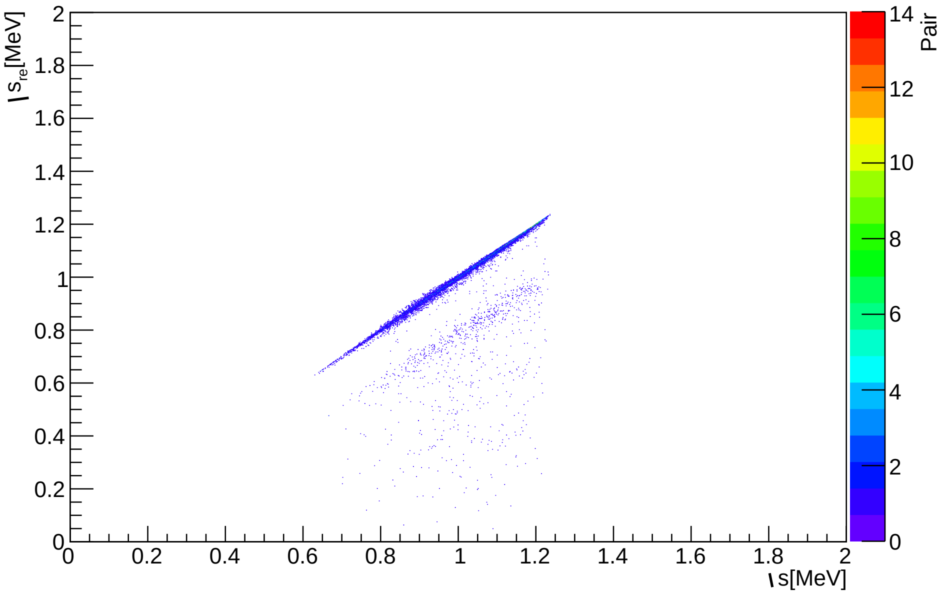


図 5.14　入射粒子対の重心系エネルギ-$\sqrt{s}$ と再構成後の重心系エネルギー $\sqrt{s_{re}}$ の比較　横軸が入射粒子対の重心系エネルギ $\sqrt{s}$、縦軸が再構成後の重心系エネルギー $\sqrt{s_{re}}$ である。色は光子対の強度（数）を表している。入射粒子対に対して、再構成後の重心系エネルギーが小さく、元の事象を再現できない事象がある事が分かる。

図 5.15、図 5.16 は再構成を行った粒子間の角度差を $\Delta\theta = \theta_1 - \theta_2$、$\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$ とした時の、再現率別の分布である。青線が $R_{re} \geq 0.95$、赤線が $R_{re} < 0.95$ となる。再現率による差はみられない。$\Delta\phi$、$\Delta\theta$ 共に、鋭いピークの周りに小さな揺らぎがみられる。これは、クラスタリングによるエネルギー位置の補正が起こったと考えられる。$\Delta\phi$ に比べ、非対称衝突が考慮される $\Delta\theta$ は幅をもつ為、複数のピークが表れている。ピーク間の差はちょうど θ 方向のセルサイズ 0.3 rad 程度である。再現率による分布の差はほとんどない為、$\Delta\theta$、$\Delta\phi$ のカットによる、事象の選択は期待できない。しかし、本章 1 節で生成した QED 光子-光子散乱事象は $\Delta\theta = \pm\pi$ を中心に 0.7 rad 程度の幅を持ち、ϕ については、$\Delta\phi = \pm\pi$ という特徴をもつ。このため、QED 光子-光子散乱事象かどうかを判断する為に、検出された事象の $\Delta\theta$、$\Delta\phi$ についてある程

度の条件を課すべきである。

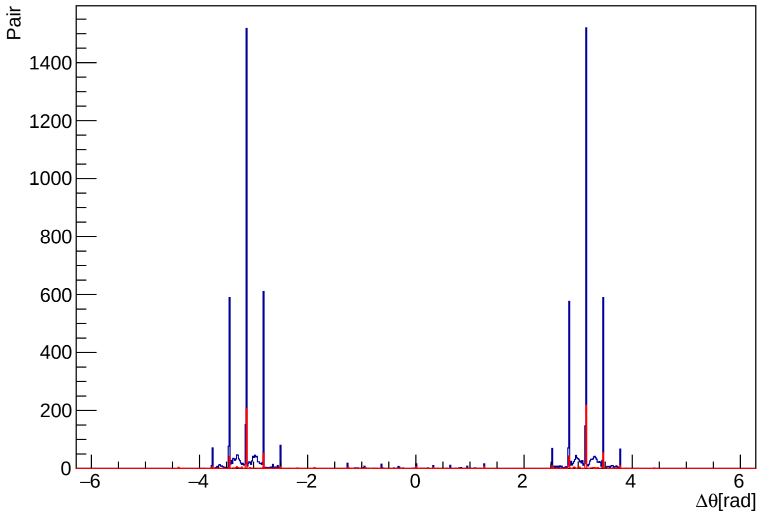


図 5.15　再現率別の $\Delta\theta$ 分布　横軸が角度差 $\Delta\theta$、縦軸が再構成された粒子対の数である。青線は再現率 95% 以上の事象、赤線が 95% 未満の事象である。

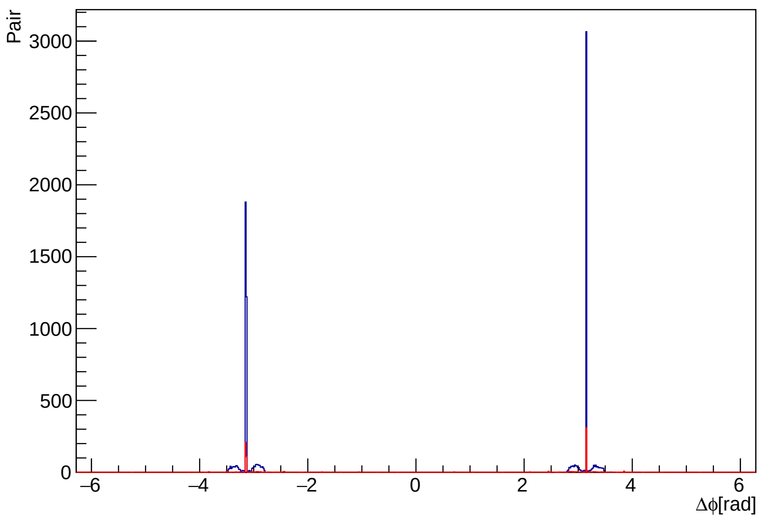


図 5.16　再現率別の $\Delta\phi$ 分布　横軸が角度差 $\Delta\phi$、縦軸が再構成された粒子対の数である。青線は再現率 95% 以上の事象、赤線が 95% 未満の事象である。

図 5.17 は、事象再現率別の 1 事象あたり当たりのクラスター数の変化である。$R_{re} \geq 0.95$ となる事象が全て、クラスター数が 2 個であるのに対し、$R_{re} < 0.95$ は 3 個以上のクラスターを持つ事象が存在する。これは、コンプトン散乱によって発生した光子が後方へ散乱し、クラスター 1 とクラスター 2 の範囲外のセル中にエネルギー付与があったことを示す。その為、クラスターエネルギーは入射粒子のエネルギーに対して、小さくなり、結果、再現率の低い事象として現れる。よって、クラスター数が 2 個である事象を、正しく再構成が行われた事象として選択することとする。

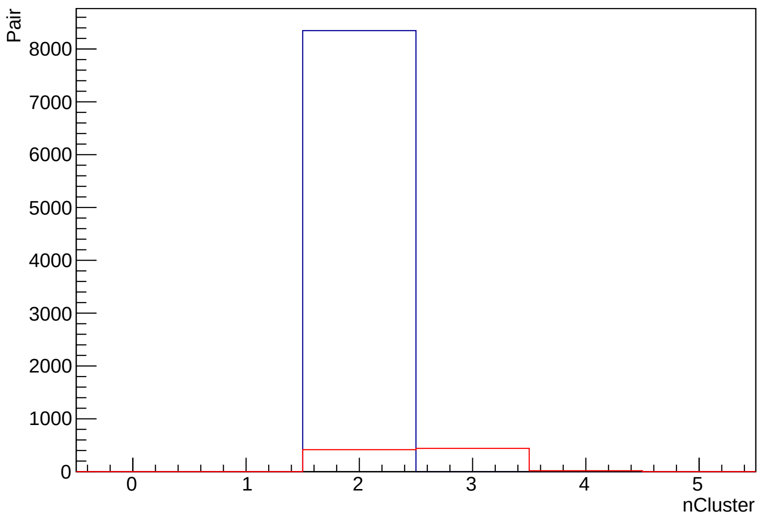


図 5.17　再現率別の 1 事象あたりのクラスター数分布　横軸が 1 事象中のクラスター数、縦軸が事象数である。青線は再現率 95% 以上の事象、赤線が 95% 未満の事象である。

図 5.18 は、クラスター間のエネルギー差の比 $diff = |E_1 - E_2|/(E_1 + E_2)$ の分布である。検出器に入射する光子は 0.32 – 0.65 MeV であるから、$diff$ は最大で 0.34 程度になるが、再現率が 95% 以上の事象の多くが、$diff = 0.15$ の領域に属している。逆コンプトン散乱によって生成される粒子はエネルギーに幅を持つが、エネルギーが高くなるほど断面積が上昇し、エネルギーの低い光子が生成される確率が低いため、結果として粒子間のエネルギー差が生まれなかったことが考えられる。右図は左図の枠内を拡大した図である。$R_{re} \geq 0.95$ の事象数と $R_{re} < 0.95$ の事象数が $diff = 0.13$ を境に逆転していることが分かる。再現率によって明らかに分布が異なる為、$diff$ を用いたカットは、正しい再構成事象を選択するのに重要な重要なカットだとわかる。

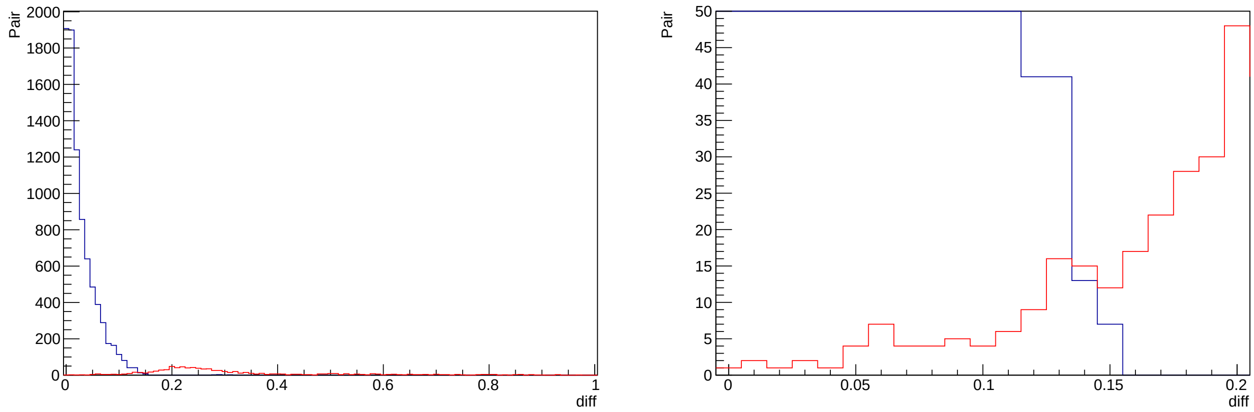


図 5.18　クラスターのエネルギー比　$diff = |E_1 - E_2|/(E_1 + E_2)$ とした時のクラスターのエネルギー比分布である。横軸が比、縦軸が再構成された粒子対の数である。青線は再構成率 95% 以上の事象、赤線が 95% 未満の事象である。右図は、左図の斜線部分の拡大図である。

図 5.19 は、さらに $diff$ 値以下の $R_{re} \geq 0.95$ となる $diff$ と選別された事象の内 $R_{re} \geq 0.95$ の条件を満たしているものの割合である。$diff$ 値を下げることで、再構成の成功率は 1 に近づくが、事象数は減少

していく。よって、純度が 99% となる、$diff < 0.15$ の事象を選択するとする。

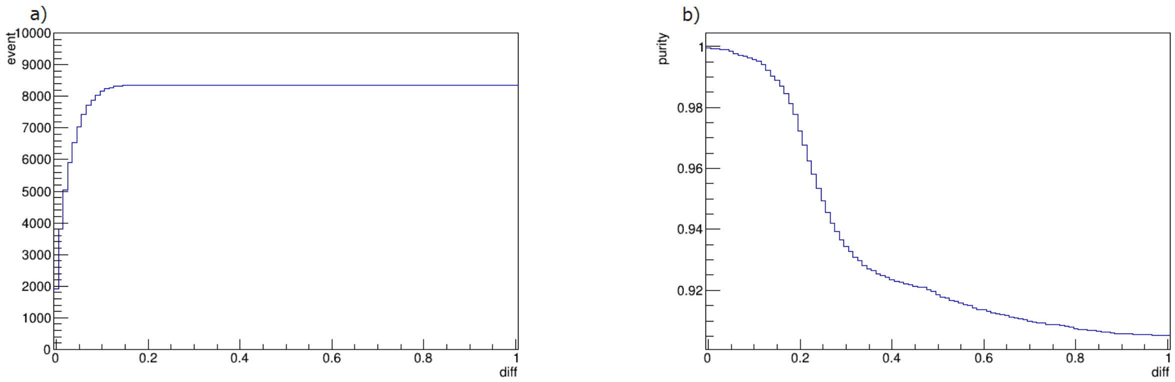


図 5.19　$dfiff$ カットによる再構成の成功率と事象数の変化　(a) は $diff$ カットによって $R_{re} \geq 0.95$ となる事象数がどのように変化するかを示した図である。横軸が $diff$ カット値、縦軸が $R_{re} \geq 0.95$ となる事象の数である。(b) は $diff$ カットによって選別された事象の内 $R_{re} \geq 0.95$ となる事象数の割合（純度）を示している。横軸が $diff$ カット値、縦軸が純度を表す。

図 5.20 は、クラスターエネルギー E_{cl} の分布である。クラスター 2 のエネルギー E_2 は、再現率による大きな分布の差がみられる。$R_{re} < 0.95$ となる事象の多くが、$E_{cl} < 0.35$、$0.65 < E_{cl}$ の範囲に存在することが分かる、入射粒子のエネルギーは $0.32 - 0.65$ MeV であるから、不当に高い、低いクラスターエネルギーはクラスタリングは、入射粒子のエネルギー損失が一部のみ、または、クラスタリングが失敗していると考えられる。よって、入射粒子のエネルギー範囲、E_{cl} は $0.32 \leq E_{cl} \leq 0.65$ となる事象を選択する。

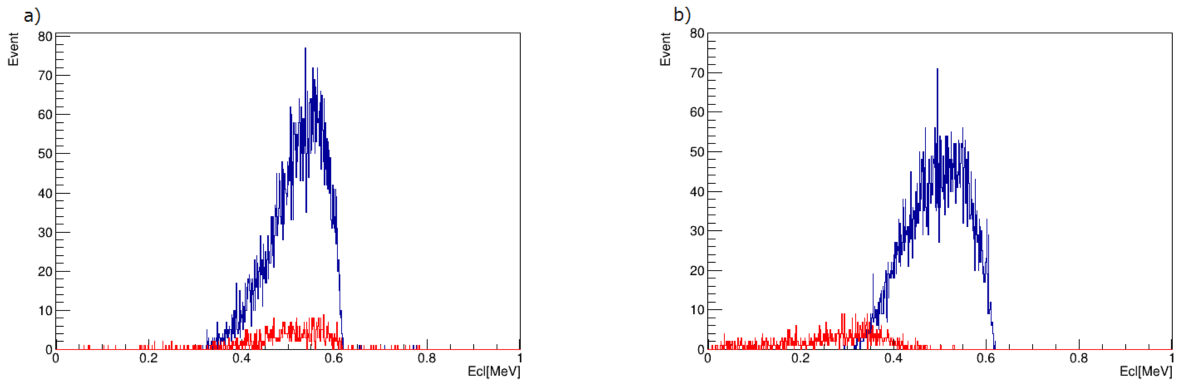


図 5.20　クラスターエネルギーの分布　青線は再構成率 95% 以上の事象、赤線が 95% 未満の事象である。(a) は最大となるクラスターエネルギー E_1、(b) が 2 番目に大きいクラスターエネルギー E_2 の分布である。共に、横軸がクラスターエネルギー E_{cl}、縦軸が数を表している。

上記のカットを行うと、入射粒子の重心系エネルギー $\sqrt{s}$ と再構成後の重心系エネルギー $\sqrt{s_{re}}$ の分布は、図 5.21 となる。8145 事象が再構成され、内 8 事象が $R_{re} < 0.95$ となった。よって、シミュレーションによって求められた本検出器の QED 光子-光子散乱事象に対する、検出効率は 81% であり、検出された事象の内 99% が正しく再構成された。なお、詳細なカット値は表 5.2 を参照されたい。

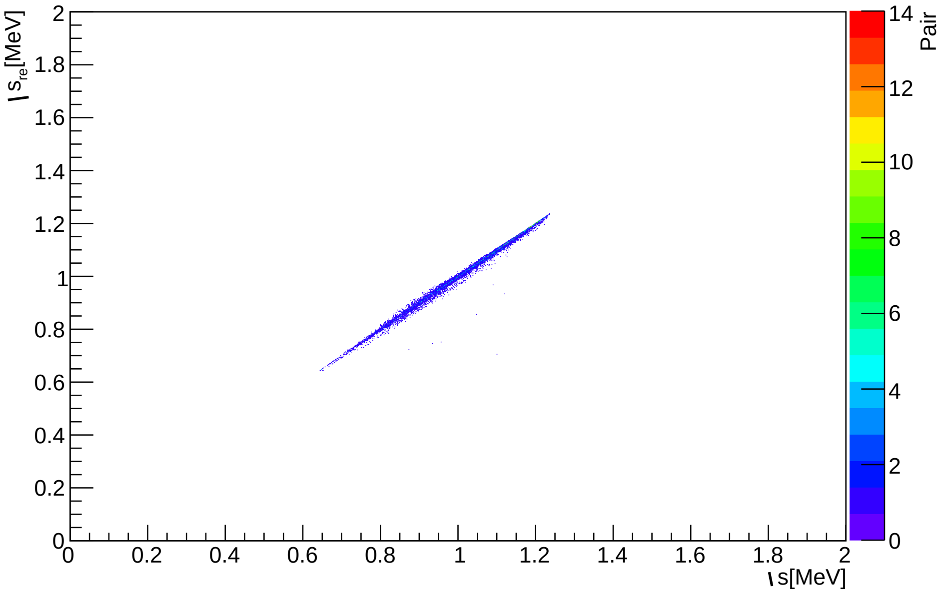


図 5.21　カット後の入射粒子の重心系エネルギー-$\sqrt{s}$ と再構成後の重心系エネルギー $\sqrt{s_{re}}$ の比較

カット	値	除かれた事象数
クラスター対のエネルギー比　$diff$	< 0.15	797
クラスター数	2	458
クラスターエネルギー　E_{cl} [MeV]	$0.32 \leq E_{cl} \leq 0.65$	553
角度差　$\Delta\theta$	$\pi - 0.7 < \|\Delta\theta\| < \pi + 0.7$	239
角度差　$\Delta\phi$	$\pi + 0.35 < \|\Delta\phi\| < \pi - 0.35$	115

表 5.2　事象選別に用いたカット値

5.4.5　背景事象との切り分け

前項では、QED 光子-光子散乱事象に対する検出器効率を求めた。QED 光子-光子散乱の検証を行う際、主たる背景事象はメラー散乱である。検出器アクセプタンスを $\theta = 45 - 135°$ とすることで QED 光子-光子散乱事象への混入を 35% まで落とすことができるが、メラー散乱の検出は避けられない。メラー散乱が検出された際、QED 光子-光子散乱事象との判別が可能かどうかを確かめる必要がある。本項では、QED 光子-光子散乱事象を生成したときと同様に、逆関数法を用いてメラー散乱事象を生成し、前項と同様の手順で、事象の解析を行った。特に、エネルギー付与が最大となるクラスターのエネルギー分布は図 5.22 となり、QED 光子-光子散乱事象と大きく異なることが分かった。クラスターの最小エネルギーが 20 MeV であることから、QED 光子-光子散乱の事象選別の為のカットの内、クラスターエネルギーカットによってすべてのメラー散乱事象を棄却することができる。よって、メラー散乱と QED 光子-光子散乱の区別は容易であることが分かった。

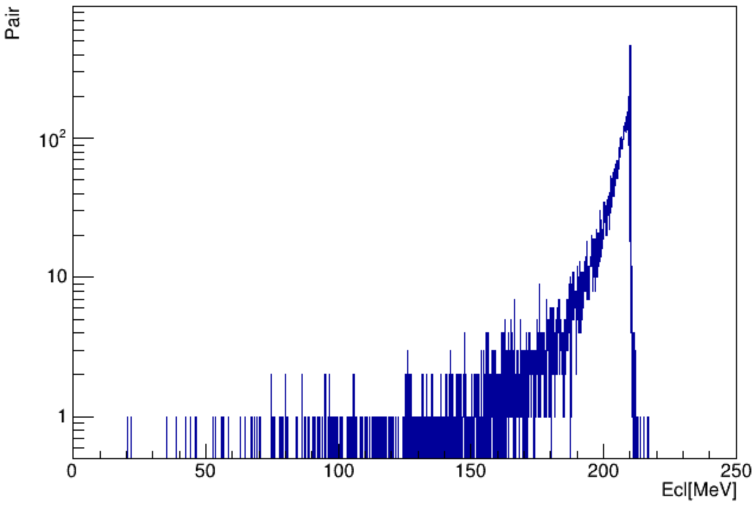


図 5.22　メラー散乱事象のクラスターの最大エネルギー分布　横軸がクラスター 2 のクラスターエネルギー、縦軸がクラスター数である。

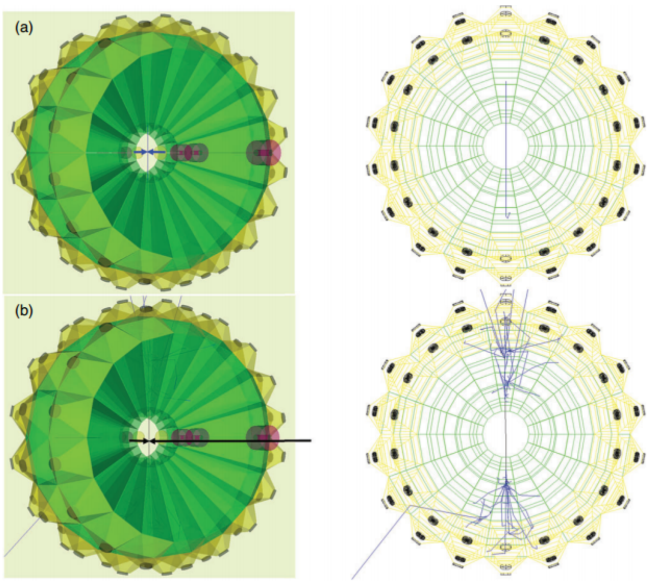


図 5.23　QED 光子-光子散乱事象とメラー散乱事象の検出器応答比較　(a) が QED 光子-光子散乱事象、(b) がエネルギー 210 MeV のメラー散乱事象である。事象間のエネルギー差は大きく、判別は容易である。

6　卓上衝突光学系全体の設計

本章では、これまでの結果をふまえ、卓上衝突光学系全体のデザインを行う。実験系は光子-光子衝突点 (IP) を原点として考える。電子ビームの

卓上衝突光学系では電子生成点 (EP)、衝突光子生成点（CP）の 2 か所でレーザーを使用する。また、実験系の小型化を目指す為、レーザーの取り回しは重要な課題である。実験で使用するレーザーの波長は $\lambda_L = 0.8\ \mu$m であるから、実験で使用するミラーは全て、表面に金コーティングが施された金ミラーを使

用する。金ミラーは、赤外線領域の領域で非常に高い反射率を持つ特性があるからである。さらに、レーザーの強度が高いため、光学素子のダメージ閾値を考慮する必要がある。以降は、金ミラーのダメージ閾値を $10^{12}\ \mathrm{W/cm^{-2}}$ として、ミラーを用いてレーザー光を反射する際は、ダメージ閾値を超えないようなレーザー径を選択する。

LPA、逆コンプトン散乱共に、レーザーは集光して使用する。集光にはパラボラミラーを用いる。口径 D、焦点距離 f のパラボラミラーを用いて、波長 λ_L、ビーム半径 $D/2$ のレーザーを集光する時、レーザーのスポット径 ω_0 は、フラウンホーファーの回折限界より、

$$\begin{aligned}\omega_0 &= 1.22\lambda_L\frac{f}{D}\\ &= 1.22\lambda_L \mathrm{F}.\end{aligned}$$

となる。F 値はレンズの焦点距離をレンズの口径で割った値であり、小さいほど、レーザーをより絞ることができる。卓上衝突光学系で用いるレーザーの波長は $\lambda_L = 0.8\ \mu\mathrm{m}$ であるから、

$$\omega_0 \sim \mathrm{F} \qquad \mu\mathrm{m}. \tag{6.1}$$

と近似できる。

最初に、LPA の配置について考える。電子の収束は距離 712 mm が必要である。LPA で使用するレーザーはピークパワー $P_{LPA} = 41$ TW なので、ダメージ閾値を考慮するとミラーへの入射は半径 4 cm 程度であることが望ましい。LPA において必要とされるスポット径は $\omega_{LPA} = 12\ \mu\mathrm{m}$ であるから、レンズの F 値は 12 となる。よって、直径 80mm のレーザーを集光距離 $f_{LPA} = 960\mathrm{mm}$ のパラボラミラーを用いて集光するとする。LPA のガスセルの長さは入射段、加速段合わせて、3 cm 程度であるから、卓上衝突光学系は片側 1.4m、全長 3.4 m となる。

次に、CP 周りのレーザーの取り回しを考える。逆コンプトン散乱に使用するレーザーはスポット径 $\omega_{comp} = 3\ \mu\mathrm{m}$ である。よって、レンズの F 値は 3 である。逆コンプトン散乱に使用するレーザーのエネルギー $E_{comp} = 88$ mJ、パルス幅 $\tau_{comp} = 209$ fs である。よって、ピークパワーは $P_{comp} = 4.2$ GW と小さいので、ここでは、焦点距離のみ注意する。光子-光子の正面衝突を実現する為には、集光後のレーザーは電子ビームの軸上にある必要がある。その為集光距離は、電子収束に用いる最後段の PMQ から CP の距離に制限される。最後段の PMQ から CP までの距離は 105 mm である為、焦点距離は最大で 100 mm となる。さらに、最後段の PMQ は検出器の外形内にある為、図 6.1 のレーザーの取り回しになる。集光距離を 60 mm とるすと、レーザーの直径は 20 mm となる。検出器、PMQ 双方にレーザーが当たらない入射角度が求められ、これは 15° となる。

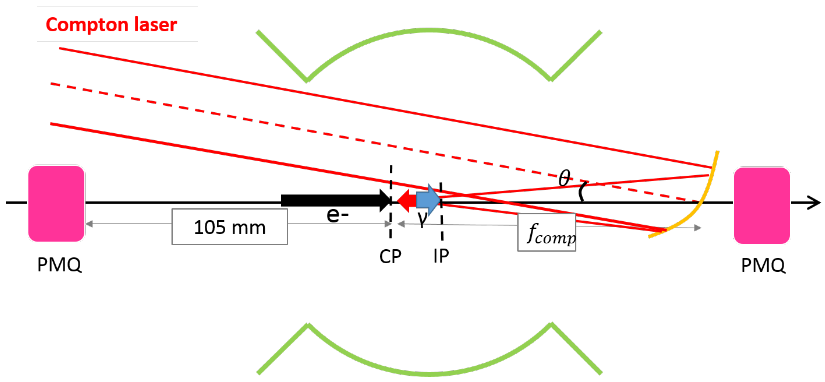


図 6.1　逆コンプトン散乱用レーザーの取り回しイメージ図

以上の条件を満たした卓上衝突光学系が図 6.2 である。卓上衝突光学系の全長は 3.4 m、幅 1.3 m である。(a) が実験系の上面図、(b) が電子収束段から IP までを拡大した図である。また、表 6.1 には、本実験系の詳細なパラメータが記してある。

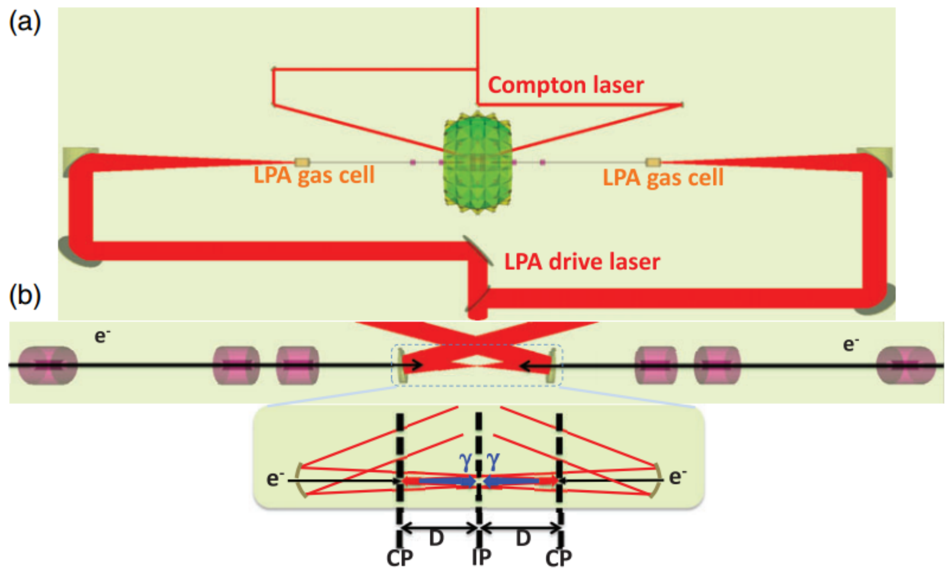


図 6.2　卓上衝突光学系の上面図

パラメータ	値
LPA パラメータ	
入射段のプラズマ密度 [10^{18} cm^{-3}]	3.3
入射段のセル長 [mm]	5
加速段のプラズマ密度 [10 cm^{-3}]	1.1
加速段のセル長 [cm]	2.6
LPA 用レーザー	

波長 [μm]	0.8
繰り返しレート [Hz]	10
パルスエネルギー [J]	3.5
ピーク出力 [TW]	41
パルス幅 [fs]	85
スポット径 [μm]	12
レーザーの非線形強度因子 a_0	3
電子ビーム	
ビームエネルギー [MeV]	210
ビーム電荷量 [nC]	1.6
バンチ長 [fs]	~ 10
規格化エミッタンス [mm mrad]	~ 0.15
CP での電子ビーム半径 σ_x[μm]	0.8
CP での電子ビーム半径 σ_y[μm]	0.5
逆コンプトン散乱用レーザー	
波長 [μm]	0.8
繰り返しレート [Hz]	10
パルスエネルギー [mJ]	89
パルス幅 [fs]	209
スポット径 [μm]	3
衝突角度 [degree]	0
レーザーの非線形強度因子 η	0.83
衝突光子	
エネルギー ($\theta = 0 - 1/\gamma^*$)[MeV]	0.32-0.65
有効フラックス [10^9s^{-1}]	2.8
IP での有効半径 r_b[μm]	3.0
検出器	
アクセプタンス θ[degree]	45-135
アクセプタンス ϕ[degree]	0-360
内径 [cm]	5
外径 [cm]	19
シンチレーターの深さ [cm]	$14 \sim 10X_0$
検出効率 [%]	81
QED 光子-光子散乱	
平均重心系エネルギー [MeV]	1.0
平均 QED 光子-光子散乱断面積 [μb]	1.6

QED 光子-光子散乱事象のレート [10^{-5}Hz]	1.5

表 6.1: 卓上衝突光学系の各種パラメータ

7 結論

逆コンプトン散乱と LPA を組み合わせることで、重心系エネルギー MeV 領域となる卓上衝突光学系を実現し、重心系エネルギー $1-2$ MeV での QED 光子-光子散乱の検証可能性を明らかにした。散乱断面積が最大となる重心系エネルギーでの衝突、かつ始状態の光子のヘリシティーを指定することで、散乱断面積を最大化できることが分かった。さらに、衝突光子の生成に用いる逆コンプトン散乱のパラメータを最適化し、$\eta = 0.83$ の時、散乱収量が最大となることが分かった。逆コンプトン散乱に使用する電子起因の背景事象（メラー散乱）の混入を減らす為に、検出器アクセプタンスを $\theta = 45 - 135°$、$\phi = 0 - 360°$ とし、背景事象の混入を 34% までに抑えることができた。アクセプタンスを考慮した QED 光子-光子散乱事象のレートは 1.5×10^{-5} Hz であり、検出効率が 81%、背景事象の混入が 35% であることを考慮すると、QED 光子-光子散乱検証を実現可能なレートで行うことができる事が分かった。

8 展望

卓上衝突光学系は、衝突光子の生成に逆コンプトン散乱を採用している為、電子ビームのエネルギー、レーザー強度を変えることで、衝突光子のエネルギー、つまり重心系エネルギーの変更が可能な設計になっている。電子ビームの生成・加速に LPA を使用しているので、重心系エネルギーを変更したければ、逆コンプトン散乱、LPA に使用するレーザーの強度を各々調節すれば良いのである。本研究では、重心系エネルギー $1-2$ MeV を実現できるような衝突系の設計を行い、未検証であった QED 光子-光子散乱の検証可能性を論じた。結果、数か月程度の実験で検証が可能であろうことが判明した。すなわち、本実験系はこれまで探索の行われていなかった MeV エネルギー領域の光子-光子衝突を実現でき、また検証可能なレベルのルミノシティを出せるといえる。

図 8.1 は、電子ビームのエネルギー、逆コンプトン散乱に用いるレーザーの非線形強度因子 η を変更することで、ルミノシティ $L_{\gamma\gamma}$ の強度因子 N_{γ}^{2} がどの様に推移するかを表した図である。各線が電子ビームのエネルギー、横軸が衝突系の最大重心系エネルギー E_{cms}、縦軸が逆コンプトン散乱のレーザー強度因子 η である。探索を行いたい領域の重心系エネルギ E_{cms} から縦軸に平行に進み、必要とするルミノシティ強度まで移動する。その時にぶつかる線が検証したい領域を探索するのにふさわしい電子ビームのエネルギーであり、縦軸の値が逆コンプトン散乱に必要とされるレーザーの非線形強度因子を示す。

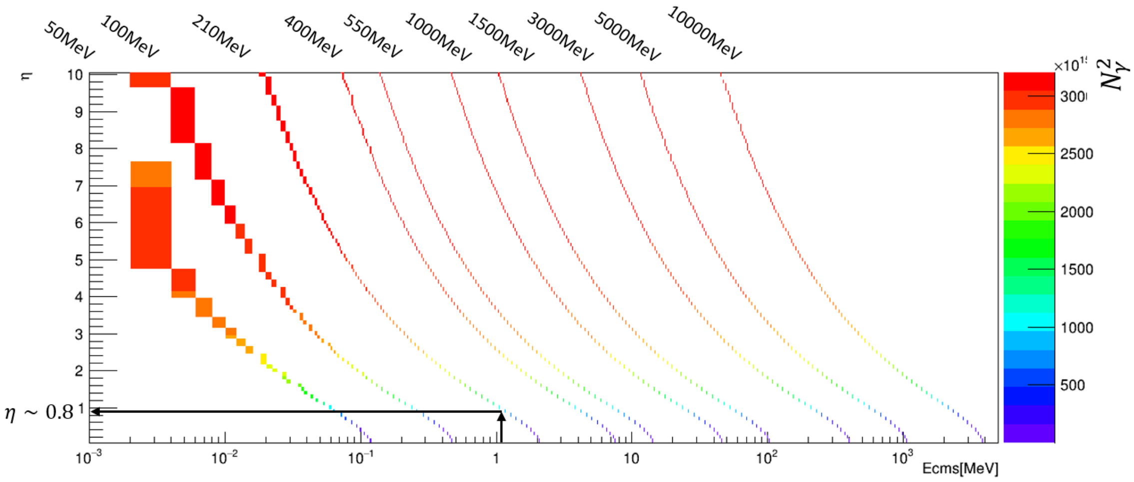


図 8.1　探索領域の重心系エネルギーに対するパラメータの早見表　各線が逆コンプトン散乱に用いる電子ビームエネルギー、横軸が光子光子衝突の重心系エネルギー、縦軸がレーザー非線形強度である。線の色はルミノシティー $L_{\gamma\gamma}$ の強度因子 N_γ^2 の強度を表している。

図 8.1 から分かるよう、ルミノシティ強度因子は $\eta \sim 3$ 程度で飽和し、$N_\gamma^2 \sim 3.5 \times 10^{18}$ 程度が最大となる。しかし、レーザーパルスの繰り返し頻度が上昇すれば、ルミノシティが上昇する為、結合が弱く、これまで発見されていなかった未知場の探索も可能になると考えられる。高強度レーザーの今後の発展を期待すると、未知場探索において卓上衝突光学系は大きな可能性を持っていると考えられる。

9 謝辞

最初に、学部 4 年間を含め 6 年間も物理を学ぶことを許してくれた両親に感謝を伝えたいと思います。経済的な支えだけでなく、研究が上手くいかずくじけそうになった私の話を聞き、アドバイスや励ましの言葉をかけ続け、精神的にも支えてくれました。おかげで、最後まであきらめずに修士論文を 2 年間の成果として提出し、修士号をおさめることができました。長い学生生活を終え、来年度からは社会人になります。これまで、たくさん頼った分、住む場所は離れてしまいますが、家族を支えられるように頑張りたいと思います。

次に 3 年間にわたって直接指導してくださった本間先生に。先生からの指導は時に厳しく、無理だと思うこともありましたが、できない原因や打開策を一緒になって考えてくださいました。この 3 年間で考える力、問題を解決する能力は、以前とは比べ物にならないほど成長したと思います。ありがとうございました。研究面だけでなく、これから社会で生きる上で大切なこともたくさん教えていただきました。

そして、杉立先生に。ミーティングの発表の際はいつも適切なアドバイスありがとうございました。視野が狭くなりがちな私には、先生の質問に気づかせられることが多かったです。志垣先生には、院での研究テーマ悩んでいる時に相談にのっていただきました。

LPA の原理や設計について、ご教示くださった共同研究者の中島先生。お忙しい時期にも関わらず、質問への回答や適切なアドバイスをありがとうございました。また、この実験系に用いる磁石について、広島大学の佐々木先生、京都大学の岩下先生に相談にのっていただきました。

また、研究室の先輩方。先に卒業された方も含め、皆さん本当にやさしい人ばかりでした。物理の知識も豊富で、質問にもたくさん答えてくださり、興味深い話も多く聞くことができました。そして、後輩の子たちに。部屋が別なのであまり積極的にかかわりには行けませんでしたが、頑張っている姿をみて、負けていられないと、大変励みになりました。

最後に、同期の U 君。物理のことだけでなく、いろいろなことを話しましたね。お互い会話が発散傾向にあるので、議論が収束しないことも多かったですが、その適当な感じが楽しかったです。U 君は博士課程後期に、私は就職と道は分かれますが、お互いに頑張りましょうね。

10　参考文献

参考文献

[1] K. Homma, K. Matsuura, K. Nakajima, Prog. Theor. Exp. Phys. 0.13C01 (2016).

[2] O. Halpern, Phys. Rev. 44(1933) 855.

[3] K. Homma, D. habs, et al, Prog. Theor. Phys. Supplement, No.193, 224 (2012).

[4] Sh. Ah. Akhmadaliv et al., Phys. Rev. C 58, 2844 (1998).

[5] T. Inada et al., Phy Rev Lett B 732, 356 (2014).

[6] F. Moulin, D. Bernard, F.Amiranoff, Z. Phys. C 72, 607 (1996).

[7] D. Bernard et al., Eur Phys. J. D 10, 141 (2000).

[8] R. Karplus and M. Neuman, Phys. Rev. 83, 776 (1950).

[9] D. d'Enterria and G. G. da Silveira, Phys. Rev. Lett. 11, 080405 (2013).

[10] De Tollis, B., Nuovo Ciment 32, 757 (1964).

[11] De Tollis, B., Nuovo Ciment 35, 1182 (1965).

[12] T. W. B. Kibble, Phys. Rev. 117, 1159 (1960).

[13] Kostyukov, I et al. Phenomelogilcal theory of laser-plasma interaction in bubble regime. Phys. Plasmas 11, 5256 (2004).

[14] Lu, W. et al., Phys. Rev. ST Accel. Beams 10, 061301 (2007).

[15] K. Nakajima, High Power Laser Science and Engineering 2, e31 (2014).

[16] K. Nakajima, H. Lu, and et al., Chin. POpt. Lett. 11, 013501 (2013).

[17] Atsushi Ogata, "Principle of Laser-Plasma Acceleration", `http://www.jspf.or.jp/Journal/PDF_JSPF/jspf2005_04/jspf2005_04-245.pdf` (2004).

[18] K. Nakajima, "レーザー加速入門".

[19] Y. Kitagawa, Particle Acceleration, `http://www.jspf.or.jp/Journal/PDF_JSPF/jspf2005_09sup/jspf2005_09sup-136.pdf` (2005).

[20] I. Kostyukov, A. Pukhov, and S. Kiselev, Phys.Plasms 11, 5256 (2004)

[21] C. Rechatin, X. Davonie, A. Lisfschitz, and et al, Phys. Rev. Lett 103, 194804(2009).

[22] S. P. D. Mangles et al, Nature, 431, 535, (2004).

[23] J. S. Liu, C. Q. Xia, W. T. Wang, and et al., Rhys. Rev. Lett, 107, 035001 (2011).

[24] A. Pak, K. A. Marsh, S. F. Martins, and et al., Phy. Rev. Lett., 025003 (2010).

[25] M. Chen, E. Esarey, C. B. Schroeder, and et al., Phy. Plasmas 19, 033101 (2001).

[26] K. Halbach, Nucl. Instr. Meth. 169, 1 (1980).

[27] K. Crandall and D. Rusthoi, Los Alamos National Laboratory Technical Report No. LA-UR-97-886, 1997.

[28] J. K. Lim, P. Frigola, G. Travaish, and et al. , Phys. Rev. ST Accel. Beams 8, 072401 (2005).

[29] K. D. Shmakov, Study of Nonlineae QED effects in Interactions of Terawatt Laser with High-Electron Beam, SLAC-R-666, UMI-98-23127-MC

[30] Farhat Beg, "Generation and transport of high intensity laser generated hot electrons in fast ignition relevant targets.", `http://hedpschool.lle.rochester.edu/2009SummerSchool/lectures/Beg_1.pdf` (2009)

[31] 計算機シミュレーションのための確率分乱数生成法, 四辻哲章, プレアデス出版, p.51-65 (2010).
[32] K. A. Olive, et al. (PDG), http://pdg.lbl.gov/2014/reviews/rpp2014-rev-particle-detectors-accel.pdf (2014).
[33] IZEST 公式ホームページ, http://www.izest.polytechnique.edu/jsp/accueil.jsp?LANGUE=1
[34] ELI-NP 公式ホームページ, http://www.eli-np.ro/
[35] ICUIL 公式ホームページ, http://www.icuil.org/
[36] K. Sumiya, K.Kurashige et al., 日立テクニカルレポート, No.40, (2003-1).
[37] M. Yamamoto, 3 シンプソンの公式, http://akita-nct.jp/yamamoto/lecture/2006/5E/integrate/integral_html/node3.html(2006)
[38] Geant4 公式ホームページ, http://geant4.web.cern.ch/geant4/index.shtml
[39] ROOT 公式ホームページ, https://root.cern.ch

付録 A　QED 光子-光子散乱の散乱振幅に含まれる関数

散乱振幅の導出に用いられる、関数 B、T、I はそれぞれ以下のようにかける。これらの科関数は Klien-Nishina によって用いられたものである。

$$
\begin{aligned}
\mathrm{B}(r) &= \frac{1}{2}\int_0^1 dy \ln\left[1 - i\epsilon - 4ry(1-y)\right] \\
&= \left(1 - \frac{1}{r}\right)^{\frac{1}{2}} \sinh^{-1}\sqrt{-r} - 1 && (r < 0) \\
&= \left(\frac{1}{r} - 1\right)^{\frac{1}{2}} \sin^{-1}\sqrt{r} - 1 && (0 < r < 1) \\
&= \left(1 - \frac{1}{r}\right)^{\frac{1}{2}} \cosh^{-1}\sqrt{r} - 1 - \frac{\pi i}{2}\left(1 - \frac{1}{r}\right)^{\frac{1}{2}} && (1 < r).
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathrm{T}(r) &= \int_0^1 \frac{dy}{4y(1-y)} \ln\left[1 - i\epsilon - 4ry(1-y)\right] \\
&= (\sinh^{-1}\sqrt{-r})^2 && (r < 0) \\
&= -(\sinh^{-1}\sqrt{r})^2 && (0 < r < 1) \\
&= (\cosh^{-1}\sqrt{r})^2 - \frac{1}{4}\pi^2 - i\pi\cosh^{-1}\sqrt{r} && (1 < r).
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathrm{I}(r,s) = \mathrm{I}(s,r) &= \int_0^1 \frac{dy}{4y(1-y)-(r+s)/rs}\cdot \\
&\quad \cdot\{\ln[1-i\epsilon-4ry(1-y)]+\ln[1-i\epsilon-4sy(1-y)]\}, \\
\mathrm{Re}\{\mathrm{I}(r,s)\} &= \frac{1}{2a}\mathrm{Re}\left\{\Phi\left(\frac{a+1}{a+b(r)}\right)+\Phi\left(\frac{a+1}{a-b(r)}\right)-\right. \\
&\qquad \left.-\Phi\left(\frac{a-1}{a+b(r)}\right)-\Phi\left(\frac{a-1}{a-b(r)}\right)+(r\to s)\right\}, \\
\mathrm{Im}\{\mathrm{I}(r,s)\} &= -\frac{\pi}{2a}\ln[s(a+b(r))^2] \qquad (r\geq 1), \\
&= -\frac{\pi}{2a}\ln[r(a+b(s))^2] \qquad (s\geq 1).
\end{aligned}
$$

ただし、a は、$b(r)$ は $r<0$、または $r<1$ の時、

$$
a(r) = \left(1-\frac{r+s}{rs}\right)^{1/2}.
$$

である。$b(r)$ は、

$$
\begin{aligned}
b(r) &= \left(1-\frac{1}{r}\right)^{1/2} \qquad (r<0, 1<r) \\
&= i\left(\frac{1}{r}-1\right)^{1/2} \qquad (0<r<1).
\end{aligned}
$$

となる。$\Phi(z)$ はスペンス関数と呼ばれ、

$$
\Phi(z) = \int_0^z \frac{\ln(1-t)}{t}dt.
$$

と表される。