

令和元年度修士論文

磁気流体力学ケルビン・ヘルムホルツ不安定性に対する
カイラル磁気効果の基礎的研究

広島大学大学院理学研究科物理科学専攻
クォーク物理学研究室
学籍番号 M181950

星野 達也

令和2年 2月21日
指導教官 志垣 賢太 教授
主査 志垣 賢太 教授
副査 岡部 信広 助教

概要

量子異常に起因する右巻き・左巻き粒子数の差と電磁場が存在する系において、磁場に沿って電流を駆動するカイラル磁気効果 (CME) が発現すると期待される。CME は、高エネルギー原子核衝突で生成されるクォーク・グルーオンプラズマの物性として提案されたが、初期宇宙、中性子星、超新星爆発、さらには物性系においても近年大きな注目を浴びている。一方、荷電粒子群は、電磁場との相互作用を介して、“プラズマ”として集団的に運動する。プラズマのマクロな時空間発展は、電磁場の効果を含んだ流体理論、いわゆる磁気流体力学 (MHD) の枠組みによって記述される。MHD は実験室プラズマから宇宙・天体プラズマに至る様々なスケールの現象を説明する理論モデルとして広く適用される。最近になって、CME による粒子および電磁場のマクロな応答を解明するため、カイラル MHD が提案された。しかし、幾つかの理論・シミュレーション研究が進行しているが、未だにカイラル MHD の性質はよく理解されていない。そこで本研究の目的は、基本的な不安定性のシミュレーション解析を通して、カイラル MHD の性質を考察することにある。本研究では、カイラル MHD におけるケルビン・ヘルムホルツ不安定性 (KHI) の 2 次元数値シミュレーションを実施した。KHI は、流れが垂直方向に勾配を持つ領域 (速度シア層) において擾乱が成長し、渦を形成する流体的不安定性であり、実験室から天体現象まで普遍的に存在する。特に初期平衡モデルとして、速度シア層に対し 2 次元平面に垂直な一様磁場を加え、MHD-KHI に対する CME の影響を調査した。従来の MHD では垂直磁場のみから平面内磁場成分は生じないが、カイラル MHD では平面内磁場が生成されることを確認した。特に平面内磁場の構造は、垂直磁場強度に依存することを明らかにした。垂直磁場が弱い場合、カイラルプラズマ不安定性 (CPI) により低波数成分が卓越した平面内磁場が生成され、KHI の流れによって平面内磁場が引き伸ばされた。一方、揺動磁場に比べ強い垂直磁場が存在する場合、CPI とは異なる高波数成分が卓越し、KHI の流れと相互作用して非常に細かい構造を形成することを見出した。さらに、カイラル MHD は、右・左巻き粒子数差によるエネルギー浴 (カイラルエネルギー浴) と接する開放系であり、磁気エネルギーを經由してエネルギーを獲得していることがわかった。

目次

1	序論	5
2	カイラル磁気流体力学	6
2.1	カイラル磁気効果	6
2.2	磁気流体力学	6
2.3	カイラル磁気流体力学	12
3	数値シミュレーションモデル	15
3.1	数値計算法	15
3.2	ケルビン・ヘルムホルツ不安定性	15
3.3	初期条件・境界条件・計算領域	15
4	結果	18
4.1	平面磁場の空間平均の時間発展	18
4.2	平面磁場の空間強度分布	19
5	考察	28
5.1	エネルギー変換過程	28
6	結論	33

図目次

1	CPIの成長率 γ と波数 k の関数グラフ。	14
2	平面磁場 B_t の空間平均と時刻の1次元プロット。 y 軸はlog スケールとした。	18
3	磁場揺動のみ・基準スケールにおける B_t 空間分布と速度 流線。	21
4	磁場揺動のみ・ 10^3 倍スケールにおける B_t 空間分布と速度 流線。	22
5	磁場揺動のみ・ 10^3 倍スケールにおける B_t 空間分布と速度 流線。カイラル磁気効果は考慮していない。	23
6	磁場あり・基準スケールにおける B_t 空間分布と速度流線。	24
7	磁場あり・ 10^3 倍スケールにおける B_t 空間分布と速度流線。	25
8	磁場あり・ 10^3 倍スケールにおける B_t 空間分布。	26
9	磁場あり・ 10^3 倍スケールにおける B_t 空間分布と速度流線。 カイラル磁気効果は考慮していない。	27
10	磁気エネルギー、運動エネルギー、熱エネルギー、カイラ ルエネルギー浴のエネルギー変換。	29
11	磁気エネルギーに関わる変換と時刻の1次元プロット。	30
12	磁気エネルギーと運動エネルギーの変換のイメージ。曲がっ た磁力線を引き伸ばす効果。	31
13	磁場揺動のみ・ 10^3 倍スケールにおける $E_{M \rightarrow C}$ 空間分布と 速度流線。	32

表目次

1	それぞれのパラメータ状況	17
---	------------------------	----

1 序論

カイラル磁気効果 (chiral magnetic effect, CME) とは、量子異常に起因する左巻き・右巻き粒子数の差と、電磁場が存在する系において、外磁場に沿って電流が流れる現象である。CME は高エネルギー原子核衝突で生成されるクォーク・グルーオンプラズマの物性として提案された [1] が、初期宇宙 [2]、中性子星、超新星爆発 [3]、さらには物性系 [4] においても近年大きな注目を浴びている。

一方、荷電粒子群は、電磁場との相互作用を介して、“プラズマ”として集団的に運動する。プラズマのマクロな時空間発展は、電磁場の効果を含んだ流体理論、いわゆる磁気流体力学 (Magnetohydro dynamics, MHD) の枠組みによって記述される。MHD は実験室プラズマから宇宙・天体プラズマに至る様々なスケールの現象を説明する理論モデルとして広く適用される。最近になって、CME による粒子および電磁場のマクロな応答を解明するため、カイラル MHD が提案された [5]。

限定された条件での線形解析や [6] 一様乱流でのシミュレーション研究 [7] 等はなされているが、未だにカイラル MHD の性質はよく理解されていない。そこで本研究の目的は、基本的な不安定性のシミュレーション解析を通して、カイラル MHD の性質を考察することにある。

本論文の構成は以下のとおりである。第 2 章で CME と MHD の説明と、それらを組み合わせたカイラル MHD について述べる。第 3 章で数値シミュレーションで用いた数値計算法、今回見ようとしている基本的な流体的不安定性であるケルビン・ヘルムホルツ不安定性 (Kelvin-Helmholtz instability, KHI)、具体的な初期条件・境界条件・計算領域を説明する。第 4 章で主要物理量の解析結果を示し、第 5 章で考察を行う。第 6 章で結論を述べる。

2 カイラル磁気流体力学

2.1 カイラル磁気効果

量子異常に起因する右巻き・左巻き粒子数の差と電磁場が存在する系において、カイラル輸送現象が起きる。この輸送現象にはカイラル磁気効果 (chiral magnetic effect, CME) やカイラル渦効果 (chiral vortical effect, CVE) などがあるが、そのうち CME について説明する。CME は右巻き・左巻き粒子数に差があるとき、外磁場に沿って電流が流れる現象 [8] であり、その比例係数は右巻き・左巻きフェルミオンのもつ化学ポテンシャルの差 $\mu_R - \mu_L$ に依存し、以下の式で表される [9][10][11]。以降、単位系は $c = \hbar = e = 1$ とする。

$$\mathbf{J}_{CME} = \frac{1}{8\pi^2}(\mu_R - \mu_L)\mathbf{B}. \quad (1)$$

右巻きフェルミオン数密度を n_R 、左巻きフェルミオン数密度を n_L とする。非相互作用の相対論的フェルミガスにおいて、化学ポテンシャル μ_R 、 μ_L と n_R 、 n_L 、温度 T の間には以下の関係が成り立つ。

$$n_R = \frac{\mu_R^3}{6\pi^2} + \frac{\mu_R T^2}{6}. \quad (2)$$

(μ_L についても同様。) $\mu \gg T$ のとき、

$$\mathbf{J}_{CME} = \frac{1}{8}\left(\frac{6}{\pi^4}\right)^{1/3}[(n_R)^{1/3} - (n_L)^{1/3}]\mathbf{B} \quad (3)$$

とかける。

2.2 磁気流体力学

本章では、抵抗性 MHD 方程式を導出する。まずはそれぞれについて流体方程式を導出し、次にそれらを組み合わせて一流体方程式を導出する。

イオン、電子の質量をそれぞれ m_i 、 m_e とする。イオン、電子の数密度、質量密度をそれぞれ n_i 、 n_e 、 ρ_{mi} 、 ρ_{me} とする。流体速度をそれぞれ \mathbf{V}_i 、 \mathbf{V}_e 、圧力を p_i 、 p_e とする。イオン質量密度 $\rho_{mi}(\mathbf{r}, t)$ は次式で表される [12]。

$$\rho_{mi}(\mathbf{r}, t) = m_i n_i(\mathbf{r}, t). \quad (4)$$

次に、各辺の長さ Δx 、 Δy 、 Δz の微小直方体に粒子束が出入りする系を考える。単位時間あたりの粒子束の変化量は

$$(\text{入ってくる粒子束}) - (\text{出て行く粒子束}) = (\text{粒子束の変化量})$$

であるから、先ほどの物理量を用いて書き換えるとイオンの場合

$$-\left\{\frac{\partial(n_i V_x)}{\partial x} + \frac{\partial(n_i V_y)}{\partial y} + \frac{\partial(n_i V_z)}{\partial z}\right\} \Delta x \Delta y \Delta z = \frac{\partial n_i}{\partial t} \Delta x \Delta y \Delta z \quad (5)$$

となる。微分演算子を用いて書けば

$$\frac{\partial n_i(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \nabla \cdot \{n_i(\mathbf{r}, t) \mathbf{V}_i(\mathbf{r}, t)\} = 0 \quad (6)$$

である。(4)~(6) は電子の場合でも同様に考えられて、次の結果が得られる。

$$\frac{\partial n_e(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \nabla \cdot \{n_e(\mathbf{r}, t) \mathbf{V}_e(\mathbf{r}, t)\} = 0. \quad (7)$$

(6)、(7) を連続の式 (continuity equation) と呼ぶ。

次に運動方程式を考える。外電場を \mathbf{E} 、外磁場を \mathbf{B} とする。運動方程式はイオン、電子についてそれぞれ

$$n_i m_i \frac{d\mathbf{V}_i}{dt} = -\nabla p_i + Z n_i (\mathbf{E} + \mathbf{V}_i \times \mathbf{B}) - \mathbf{R}, \quad (8)$$

$$n_e m_e \frac{d\mathbf{V}_e}{dt} = -\nabla p_e - n_e (\mathbf{E} + \mathbf{V}_e \times \mathbf{B}) + \mathbf{R} \quad (9)$$

と表される。ラグランジュ微分

$$\frac{d\mathbf{V}(\mathbf{r}, t)}{dt} = \frac{\partial \mathbf{V}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \{\mathbf{V}(\mathbf{r}, t) \cdot \nabla\} \mathbf{V}(\mathbf{r}, t) \quad (10)$$

に注意して (8)、(9) を変形すると

$$\begin{aligned} & n_i m_i \left\{ \frac{\partial \mathbf{V}_i}{\partial t} + (\mathbf{V}_i \cdot \nabla) \mathbf{V}_i \right\} \\ &= -\nabla p_i + Z n_i (\mathbf{E} + \mathbf{V}_i \times \mathbf{B}) - \mathbf{R}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & n_e m_e \left\{ \frac{\partial \mathbf{V}_e}{\partial t} + (\mathbf{V}_e \cdot \nabla) \mathbf{V}_e \right\} \\ &= -\nabla p_e - n_e (\mathbf{E} + \mathbf{V}_e \times \mathbf{B}) + \mathbf{R} \end{aligned} \quad (12)$$

となる。

ここで全質量密度 ρ 、プラズマ平均速度 \mathbf{V} 、電荷密度 ρ_e 、電流密度 \mathbf{J} を次のように定義する。

$$\rho = n_e m_e + n_i m_i, \quad (13)$$

$$\mathbf{V} = \frac{n_e m_e \mathbf{V}_e + n_i m_i \mathbf{V}_i}{\rho_m}, \quad (14)$$

$$\rho_e = -n_e + Z n_i, \quad (15)$$

$$\mathbf{J} = -n_e \mathbf{V}_e + Z n_i \mathbf{V}_i. \quad (16)$$

(11) + (12) より、

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + n_e m_e (\mathbf{V}_e \cdot \nabla) \mathbf{V}_e + n_i m_i (\mathbf{V}_i \cdot \nabla) \mathbf{V}_i \\ = -\nabla(p_e + p_i) + \rho_e \mathbf{E} + \mathbf{J} \times \mathbf{B} \end{aligned} \quad (17)$$

となる。

プラズマの質量密度は主にイオンによる。原子量 A とすれば、

$$\frac{(\text{イオン質量})}{(\text{電子質量})} = 1836A$$

の関係があるので、次のように近似できる。

$$\frac{m_e}{m_i} \approx 0. \quad (18)$$

よって、全質量密度 ρ 、プラズマ平均速度 \mathbf{V} は、

$$\rho = n_i m_i \left(1 + \frac{m_e}{m_i} Z \right) \approx n_i m_i, \quad (19)$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_i + \frac{m_e}{m_i} Z (\mathbf{V}_e - \mathbf{V}_i) \approx \mathbf{V}_i \quad (20)$$

となるので (17) は

$$\begin{aligned} (\text{左辺}) &= \rho \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + n_i m_i \left\{ \frac{m_e}{m_i} Z (\mathbf{V}_e \cdot \nabla) \mathbf{V}_e + (\mathbf{V}_i \cdot \nabla) \mathbf{V}_i \right\} \\ &\approx \rho \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + n_i m_i (\mathbf{V}_i \cdot \nabla) \mathbf{V}_i \\ &\approx \rho \left\{ \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} \right\} \end{aligned} \quad (21)$$

と書け、新たにプラズマの圧力 $p = p_i + p_e$ と定義すれば (17) は

$$\rho \left\{ \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} \right\} = -\nabla p + \rho_e \mathbf{E} + \mathbf{J} \times \mathbf{B} \quad (22)$$

と書き換えることができる。これを電磁一流体方程式という [12]。

今考えている系は巨視的には電氣的に準中性。つまり

$$|n_e| \approx |Z n_i|$$

と近似でき、(20) より (16) は

$$\mathbf{V}_e = \mathbf{V}_i - \frac{\mathbf{J}}{n_e} \approx \mathbf{V} - \frac{\mathbf{J}}{n_e} \quad (23)$$

である。(12) ÷ n_e 、(23)、さらに m_e は m_i と比べて十分小さいから無視すると

$$\begin{aligned} -\nabla \frac{p_e}{n_e} + \mathbf{E} + (\mathbf{V} - \frac{\mathbf{J}}{n_e}) \times \mathbf{B} + \frac{\mathbf{R}}{n_e} &= 0 \\ \Leftrightarrow \mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B} - \frac{\mathbf{J}}{n_e} \times \mathbf{B} - \nabla \frac{p_e}{n_e} + \frac{\mathbf{R}}{n_e} &= 0 \end{aligned} \quad (24)$$

のように書ける。これを一般化されたオームの法則という。また、(24) の衝突項は次のように書ける。

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= -n_e m_e (\mathbf{V}_e - \mathbf{V}_i) \nu_{ei} \\ &= n_e \frac{m_e \nu_{ei}}{n_e} (-n_e) (\mathbf{V}_e - \mathbf{V}_i) \\ &= n_e \eta \mathbf{J}. \end{aligned} \quad (25)$$

ただし、比抵抗率を次のように定義した。

$$\eta \stackrel{\text{def}}{=} \frac{m_e \nu_{ei}}{n_e}. \quad (26)$$

再び (22) に注目して、ラグランジュ微分に気をつけながら書き換えると次式になる。

$$\mathbf{J} \times \mathbf{B} - \nabla p_e = \rho \frac{d\mathbf{V}(\mathbf{r}, t)}{dt} + \nabla p_i. \quad (27)$$

(電氣的に準中性なので、電荷密度 $\rho_e \approx 0$ とした。) 左辺は電子、右辺はイオンに起因する単位体積あたりに働く力を表す。ここで磁気流体運動のタイムスケールは、イオン (あるいは電子) のサイクロトロン運動のタイムスケールに比べて十分遅いので、(24) 中の、(27) で用いられている全ての項はほとんど大ききゼロの物理量と考えることができる。

以上より、(24) は

$$\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B} = \eta \mathbf{J} \quad (28)$$

となる。[12]。

マクスウェル方程式より、次式が成り立つ。

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mathbf{J}. \quad (29)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}. \quad (30)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (31)$$

ただし、(29) において近似的に変位電流を 0 とした。

(30) に (28) を代入、さらに (29) も代入すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= \nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{B}) - \nabla \times (\eta \mathbf{J}) \\ &= \nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{B}) - \eta \nabla \times \mathbf{J} \\ &= \nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{B}) - \eta \nabla \times (\nabla \times \mathbf{B}). \end{aligned} \quad (32)$$

ここで (32) により

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{B}) + \eta \nabla^2 \mathbf{B} \quad (33)$$

と書ける。(33) を磁場の誘導方程式という。

以上、まとめると磁気流体力学の基礎方程式は

$$\rho \frac{d\mathbf{V}}{dt} = -\nabla p + \mathbf{J} \times \mathbf{B}, \quad (34)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{B}) + \eta \nabla^2 \mathbf{B}, \quad (35)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0, \quad (36)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (37)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) + \Gamma p (\nabla \cdot \mathbf{V}) = \eta |\mathbf{J}|^2 \quad (38)$$

と書ける。ただし、新たに追加した (38) は断熱圧縮の状態方程式で、 Γ は比熱比を表す [12]。右辺はジュール加熱を表す。

続いて、誘導方程式 (33) について説明する。右辺の第一項、第二項の比を取ると

$$\begin{aligned} \frac{(\text{第一項})}{(\text{第二項})} &= \frac{|\nabla \times \mathbf{V} \times \mathbf{B}|}{|\eta (\nabla^2 \mathbf{B})|} \\ &\approx \frac{VB/L}{(B/L^2)\eta} \\ &= \frac{VL}{\eta} \\ &\stackrel{\text{def}}{=} R_m \end{aligned} \quad (39)$$

となる。典型的な物理量として、速さ V 、磁束密度 B 、長さ L を用いた。 R_m を磁気レイノルズ数と呼ぶ。 R_m は磁場拡散時間 (抵抗拡散時間) τ_R とアルヴェン波通過時間 τ_H の比に等しく、次のように表される。

$$R_m = \frac{\tau_R}{\tau_H} = \frac{L^2/\eta}{L/V_A}. \quad (40)$$

ただし、アルヴェン速度 $V_A \approx V$ とした。磁気レイノルズ数はスケール不変量であり、例えば空間スケール L が 10^5 倍、電気抵抗率 η が 10^5 倍であっても描像される物理は同じになる。

R_m の大きさによって、異なる物理的解釈ができる。

1) $R_m \ll 1$ のとき

つまり、第一項はほとんど 0 なので、(33) は

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \eta \nabla^2 \mathbf{B} \quad (41)$$

と書け、これは磁場が拡散することを表す。

2) $R_m \gg 1$ のとき

つまり、第二項はほとんど 0 なので、(33) は

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{B}) \quad (42)$$

と書け、ベクトル公式を用いると

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \mathbf{B}(\nabla \cdot \mathbf{V}) - (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{V} = 0. \quad (43)$$

ここで、プラズマ中の任意の微小面積 ΔS を通過する磁束 $\Delta \phi$ とし、磁場 \mathbf{B} 方向に z 軸を取る。さらに、微小面積の法線ベクトルを \mathbf{n} とすると、

$$\Delta \phi = \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} \Delta S = B \Delta x \Delta y. \quad (44)$$

S の境界は移動するので

$$\frac{d(\Delta x)}{dt} = \frac{d(x + \Delta x - x)}{dt} = V_x(x + \Delta x) - V_x(x) = \frac{\partial V_x}{\partial x} \Delta x. \quad (45)$$

同様にして y の場合も変形できるから

$$\frac{\partial(\Delta S)}{\partial t} = \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} \right) \Delta S. \quad (46)$$

よって、単位時間に ΔS を通過する磁束 $\Delta \phi$ は

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\Delta \phi)}{\partial t} &= \frac{\partial(B \Delta S)}{\partial t} \\ &= \frac{\partial B}{\partial t} \Delta S + B \frac{\partial(\Delta S)}{\partial t} \\ &= \left\{ \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \mathbf{B}(\nabla \cdot \mathbf{V}) - (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{V} \right\}_z \Delta S \\ &= 0 \end{aligned} \quad (47)$$

となり、 $R_m \rightarrow \infty$ 、 $\eta \rightarrow 0$ としたとき磁束はプラズマに凍りついて移動することが示された。

2.3 カイラル磁気流体力学

2.1 にて導入したカイラル磁気効果を、2.2 で導出した磁気流体力学 (MHD) 方程式に組み入れた方程式をカイラル磁気流体力学 (Chiral MHD) 方程式と呼ぶ。以下に CME 導入に伴い変更された式のみ示す。ただし、通常の MHD で用いられる電流密度を \mathbf{J}_{MHD} 、カイラル磁気効果によって発生する電流密度を \mathbf{J}_{CME} とする。

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{B}) + \eta \nabla^2 \mathbf{B} + \eta \xi \nabla \times \mathbf{B} \quad (48)$$

この式は磁場の誘導方程式を表し、磁気レイノルズ数 R_m の値によって磁場の拡散、磁力線の凍りつきといった異なる性質を示す。この式は、以下の式 (49)~(52) から導かれる。

$$\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B} = \eta \mathbf{J}_{MHD}, \quad (49)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mathbf{J}, \quad (50)$$

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_{MHD} + \mathbf{J}_{CME}, \quad (51)$$

$$\mathbf{J}_{CME} = \xi \mathbf{B}. \quad (52)$$

右巻き電子数 n_R と左巻き電子数 n_L の差を n_A 、それらの和すなわち電荷密度を $n_e (= \rho)$ とすると、 ξ は

$$\xi = \frac{1}{8} \left(\frac{3}{\pi^4} \right)^{1/3} [(n_e + n_A)^{1/3} - (n_e - n_A)^{1/3}]. \quad (53)$$

$$\frac{\partial n_A}{\partial t} = \frac{1}{2\pi^2} \mathbf{E} \cdot \mathbf{B} \quad (54)$$

(49) はオームの法則と電磁誘導の式を組み合わせ得られる。

(50) はアンペール・マックスウェルの法則で、変位電流を無視したものである。

(48) において、2次以降の揺動を無視した場合の磁場の時間発展を考える。 $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1$ 、 $\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \mathbf{V}_1$ を代入し、簡単のために速度平衡成分 \mathbf{V}_0 と磁場平衡成分 \mathbf{B}_0 をそれぞれゼロとする。

$$\mathbf{B}_1 = \mathbf{b}_k \exp\{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x})\} \quad (55)$$

とおけば、

$$(-i\omega + \eta k^2) \mathbf{b}_k = i\eta \xi \mathbf{k} \times \mathbf{b}_k. \quad (56)$$

右辺の \mathbf{b}_k に (56) を代入すると、

$$\mathbf{b}_k = \left(\frac{i\eta \xi}{-i\omega + \eta k^2} \right)^2 \mathbf{k} \times (\mathbf{k} \times \mathbf{b}_k). \quad (57)$$

ベクトル公式を用いると、

$$\mathbf{b}_k = \frac{\eta^2 \xi^2 k^2}{(-i\omega + \eta k^2)^2} \mathbf{b}_k. \quad (58)$$

よって

$$(-i\omega + \eta k^2)^2 = \eta^2 \xi^2 k^2 \quad (59)$$

となる。(59) について、 $\omega = \omega_r + i\gamma$ とおく。 ω_r は 1 次揺動の振動を、 γ は成長率を意味する。

$$\begin{aligned} (\text{左辺}) &= (-i\omega_r + \gamma + \eta k^2)^2 \\ &= (\gamma + \eta k^2)^2 + (\omega_r)^2. \end{aligned} \quad (60)$$

$\omega_r = 0$ すなわち非振動モードでは、(59) は

$$\begin{aligned} \gamma + \eta k^2 &= \pm \eta \xi k, \\ \gamma &= -\eta k^2 \pm \eta \xi k. \end{aligned} \quad (61)$$

γ の最大値は

$$\gamma = -\eta \left(k - \frac{1}{2}\xi\right)^2 + \frac{1}{4}\eta \xi^2 \quad (62)$$

により、波数 $k = \frac{1}{2}\xi$ のとき、最大値 $\frac{1}{4}\eta \xi^2$ となる。このような、カイラル MHD に現れる磁場の不安定性をカイラルプラズマ不安定性 (Chiral plasma instability, CPI) と呼ぶ [13]。CPI が成長しない条件は、 γ が負になる時、すなわち波数 $k > \xi_c$ の時である。この時の ξ_c を臨界波数と呼ぶ。グラフで表すと、図 1 である。臨界波長 λ_c とすると、 $\lambda_c = 2\pi/\xi_c$ であるから、最大波長 $2\pi/\xi$ が計算領域に含まれるくらいの空間スケールであるとき、CPI が成長すると考えられる。

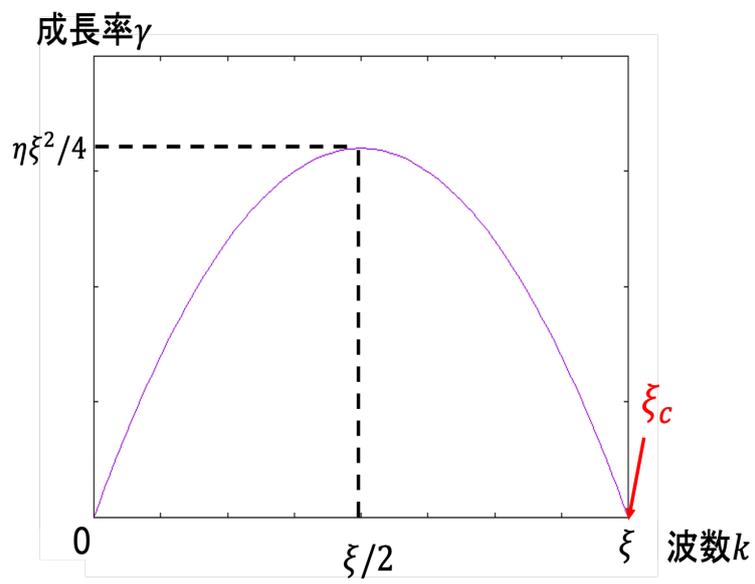


図 1: CPI の成長率 γ と波数 k の関数グラフ。

臨界波数 ξ_c より大きな波数を持つモードは線形発展において成長しないことがわかる。

3 数値シミュレーションモデル

3.1 数値計算法

基礎方程式として、前章 2-3 のカイラル MHD 方程式を用いた [7]。また、高次精度計算の MHD シミュレーションコードパッケージ「CANS+」を利用した [14]。CANS+では、近似リーマン解法として HLLD 近似リーマン解法 [15] を、高次精度補完法として MP5[16] を用いている。

また、CANS+の基礎方程式に新たに追加した (53) の時間積分については、3 次の Strong-Stability preserving (SSP) Runge-Kutta 法を用いた。

3.2 ケルビン・ヘルムホルツ不安定性

流体が相対速度をもって接しているとき、その 2 種類の媒質の境界領域に速度シア層が形成される。この境界領域では擾乱に対して不安定な運動をする。このような流体の不安定性をケルビン・ヘルムホルツ不安定性 (Kelvin-Helmholtz instability, KHI) と呼ぶ。この不安定性は天体現象から、身の回りの流体まで幅広く応用されている。

CANS+では KHI の最大成長率とその不安定モードから計算領域のサイズを検討し、数値シミュレーションによりその妥当性のチェックを行っている。まず、初期条件の速度シア V_0 を与える速度 x 成分の式として、

$$V_x = -V_0 \tanh \frac{y}{\lambda} \quad (63)$$

を与える。ただし、 λ は速度シア層の厚さとした。背景磁場を速度場に対して垂直成分のみ与えることで、MHD の成長率を波数の関数で表すことができる。最大成長率となる波数を取れるようなシステムサイズを求めることで線形理論での不安定性と、数値シミュレーションに不安定性の成長率が相違ないか確かめることができる。

特別な条件での不安定条件とその成長率は、線形理論によって示すことができる。例えば背景磁場と背景速度が平行な場合、速度シア V_0 の大きさがアルヴェン速度 V_A よりも大きく、音速 C_s よりも小さい時に不安定となる。一方、背景磁場と背景速度が垂直な場合、 $V_0 < \sqrt{V_A^2 + C_s^2}$ のときに不安定となる。[17]。

3.3 初期条件・境界条件・計算領域

本シミュレーションでは、プラズマ空間での細かな乱流がたくさん発生する磁気圏で、ケルビン・ヘルムホルツ不安定性による乱流発生を想定している。2次元 x - y 平面空間で考えており、 z 軸方向の空間は考えていな

い。 x 軸方向の境界条件は周期的境界、 y 軸方向の境界条件は V_x 、 B_y 、 B_z はノイマン条件、 V_y 、 V_z 、 B_x はディリクレ条件とした。ただしノイマン条件とディレクリ条件とは、ある物理量 $A(x, y)$ に対して

$$\begin{aligned} \text{ノイマン条件} & : \frac{\partial A}{\partial y} = 0, \\ \text{ディリクレ条件} & : A = 0 \end{aligned}$$

となる条件である。初期条件は以下のとおりである。

$$\begin{aligned} \mathbf{B} & = (B_x, B_y, B_z) = (0, 0, B_z) \\ B_z & = B_0 + R \\ B_0 & = 1 \text{ または } 0 \\ \mathbf{V} & = (V_x, V_y, 0) \\ V_x & = -\frac{1}{2}V_0 \tanh(y/\lambda) \\ V_y & = \frac{1}{100}V_0 \frac{\sin(2\pi x/(x_{max} - x_{min}))}{\cosh^2(y/\lambda)} \\ \Gamma & = \frac{5}{3} \\ \beta & = 2 \\ V_0 & = \sqrt{1 + \frac{1}{2}\Gamma\beta} = \sqrt{\frac{8}{3}} \\ p & = \frac{\beta}{2} = 1 \\ \rho & = 10 \\ R & \propto \sum_m \sum_l a_{m,l} \sin(2\pi(lx/(x_{max} - x_{min}) + my/(y_{max} - y_{min}) + b_{m,l})) \\ n_A & = 1 \end{aligned}$$

ただし、 $a_{m,l}$ 、 $b_{m,l}$ は $0 \sim 1$ の乱数であり、これは磁場の z 成分 B_z に最大 10^{-2} の擾乱を与えたことに相当する。電気抵抗率 $\eta = 10^{-2}$ で一様とした。比較として、初期条件の磁場を擾乱のみの $B_z = R$ とした場合も同時に検証した。

計算領域 $L_x \times L_y$ は速度シアの厚さを λ とした時、

$$\begin{aligned} L_x & = (x_{max} - x_{min})\lambda = (5\pi - 0)\lambda = 5\pi\lambda, \\ L_y & = (y_{max} - y_{min})\lambda = (10 - (-10))\lambda = 20\lambda \end{aligned}$$

となるように設定した。また、 $\lambda = 1$ を空間スケールの基準とすると、 $\lambda = 10^3$ (空間スケール 10^3 倍) も同時に検証した。これは 2.3 で説明したように、臨界波長 $2\pi/\xi$ が計算領域に含まれるくらいの空間スケールであ

るとき、CPIが成長すると考えられるためである。同じ物理現象にするために、 $\lambda = 10^3$ のとき η も 10^3 倍にした。このことはスケール不変量である磁気レイノルズ数 (39) からわかる。

従来のMHDとカイラルMHDの比較のために、左巻き電子数 n_L と右巻き電子数 n_R の差 $n_A = n_R - n_L$ を0としたケースも検証した。従来の抵抗性MHDの場合、磁場の誘導方程式は

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{B}) + \eta \nabla^2 \mathbf{B} \quad (64)$$

とかけ、 B_x 、 B_y が0である初期磁場から(2次元平面では) B_x 、 B_y が生じることはないことが期待される。

以上のパラメータのケースをまとめたものが表1である。

case 番号	初期磁場 B_z	スケールサイズ λ	電気抵抗率 η	左右電子数差 n_A
case 1	R	1	10^{-2}	1
case 2	R	10^3	10	1
case 3	R	10^3	10	0
case 4	$B_0 + R$	1	10^{-2}	1
case 5	$B_0 + R$	10^3	10	1
case 6	$B_0 + R$	10^3	10	0

表 1: それぞれのパラメータ状況

4 結果

4.1 平面磁場の空間平均の時間発展

3章のシミュレーションモデルで行った結果を示す。磁場の平面内成分、すなわち

$$B_t = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} \quad (65)$$

に注目する。平面磁場強度 B_t の空間平均と時刻の1次元プロットを図2に示す。ただし、時間1とは、速度シア層を速い磁気音波が通過する時間を基準としたもので、速度シアの厚さを 5π で規格化したものである。また、空間スケールを 10^3 倍した場合、速度シアの厚さも 10^3 倍されるので、スケール基準の場合と同じ物理現象は時刻が 10^3 倍されたものとしてみる。

図2では、CPIが成長しているかどうかを見る。

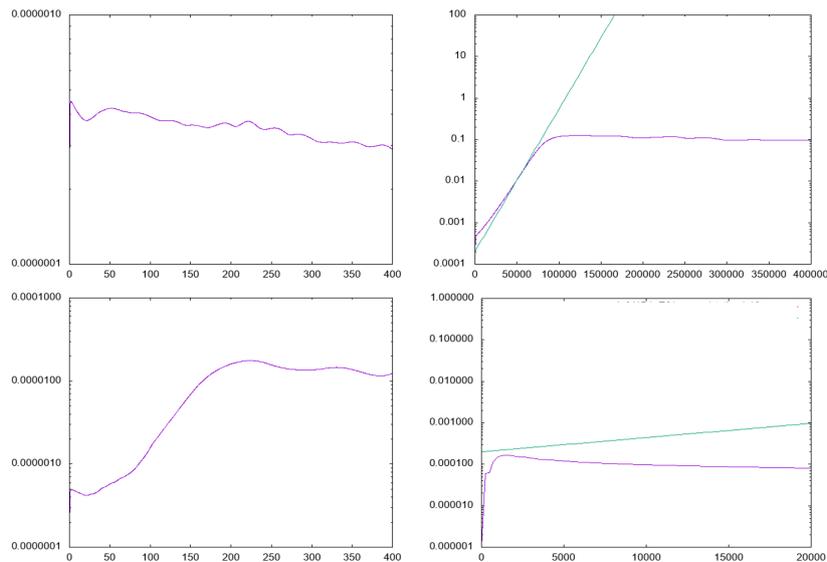


図2: 平面磁場 B_t の空間平均と時刻の1次元プロット。 y 軸はlogスケールとした。

(左上): 磁場揺動のみ・基準スケール、(右上): 磁場揺動のみ・ 10^3 倍スケール、(左下): 磁場あり・基準スケール、(右下): 磁場あり・ 10^3 倍スケール。

抵抗性MHDの B_t は誘導方程式(64)から、常に0なので図2では省略した。(左上)は、CPIが成長しておらず、磁場の誘導方程式(48)の右辺

第二項 $\eta \nabla^2 \mathbf{B}$ の拡散効果で B_t は徐々に減衰していることがわかる。(右上)(右下)の緑の直線はCPIの成長率の線形理論直線である。「(右上): 磁場揺動のみ・ 10^3 倍スケール」が理論直線とほぼ同じ傾きでCPIが成長していることがわかる。(右下)の緑の直線も「磁場陽動のみ」の理論直線であるが、一致していない。これは2.3でCPIを求めた際の前提条件 $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1$ 、 $\mathbf{B}_0 = 0$ と今回の条件が異なっているからである。より適した成長率を得るには $\mathbf{B}_0 \neq 0$ という前提条件で誘導方程式を解く必要がある。(左下)ではスケール 10^3 倍ではないにもかかわらず、 B_t が $t = 200$ あたりまで上昇している。以上のことを踏まえて、 B_t の空間分布を次で見ていくことにする。

4.2 平面磁場の空間強度分布

次に B_t の空間分布のカラーマップと速度流線(白いほど速度が大きい)を重ねたものを、それぞれの条件で見る。時刻 $t = 1, 50, 100, 150$ は左上、右上、左下、右下の順に進む。ただし、スケール 10^3 倍では、時刻も 10^3 倍されていることに注意する。図3、4、5、6、7、9に示す。なお、図8は図7の速度流線を取り除いて、 B_t の空間分布をより見やすくしたものである。

図3について説明する。 $t = 1$ は初期状態である。速度場 $V_x = -\frac{1}{2}V_0 \tanh(y/\lambda)$ が正しく現れている。初期磁場 $\mathbf{B} = (B_x, B_y, B_z) = (0, 0, B_z)$ であるから、 B_x 、 B_y の強度である B_t が0であることも正しく現れている。 $t = 50, 100, 150$ で B_t は発生しているが、非常に小さい。これは4.1でも述べたように、磁場の誘導方程式(48)の右辺第二項 $\eta \nabla^2 \mathbf{B}$ の拡散効果によって減衰しているためである。時間の経過につれて低波数モードが残っているが、これは低波数モードであるほど拡散が遅いためである。

図4について説明する。初期磁場として与えた揺動よりも大きな強度の B_t が発生している。さらに、 $t = 50$ で非常に細かな構造が見られる。スケールサイズが(背景速度場がない場合の)CPIの臨界波長 $2\pi/\xi$ より大きいことを考えると、CPIの成長によって現れた低波数モードであると推測できる。速度勾配のある領域 $-\lambda < y < \lambda$ では B_t は周りに比べて非常に小さい。 $t = 100, 150$ になると図2では B_t は飽和しており、非線形効果が支配的になる。図3のように、徐々に平面内磁場は減衰する。

図5について説明する。従来の抵抗性MHDによるKHIシミュレーションの結果である。3.3での予測の通り、カイラルMHDと異なり B_t が全く生まれていない。

図6について説明する。 $t = 50$ では、速度勾配のある $-\lambda < y < \lambda$ の領域で B_t が生じていることがわかる。それ以外の領域でも B_t が発生しているが、全体的に B_t 強度は非常に小さい。スケールサイズが(背景速度場がない場合の)CPIの臨界波長 $2\pi/\xi$ より小さいため、CPIの成長によ

るものではないと考えられる。やや低波数なモードが $t = 50$ では見られているが、それ以降ではほとんど見られなくなっている。 $t = 100, 150$ では、KHI でできる渦によって $-\lambda < y < \lambda$ の領域に発生していた B_t が引き伸ばされている。それ以外の速度勾配のない領域では、 B_t はほとんど発生していない。

図8について説明する。図6よりは大きく、図4よりは小さい B_t の強度で全体的に分布している。 B_t の非常に細かな構造が見られ、それが速度場によって引き伸ばされていることがわかる。ただし、他のケースと違い、 B_t 強度自体はあまり減衰していない。この構造の理解には背景磁場 B_0 を含めた線形理論解析が必要となる。

図9について説明する。図5と同様に、従来の抵抗性MHDによるKHIシミュレーションの結果である。3.3での予測の通り、カイラルMHDと異なり B_t が全く生まれていない。

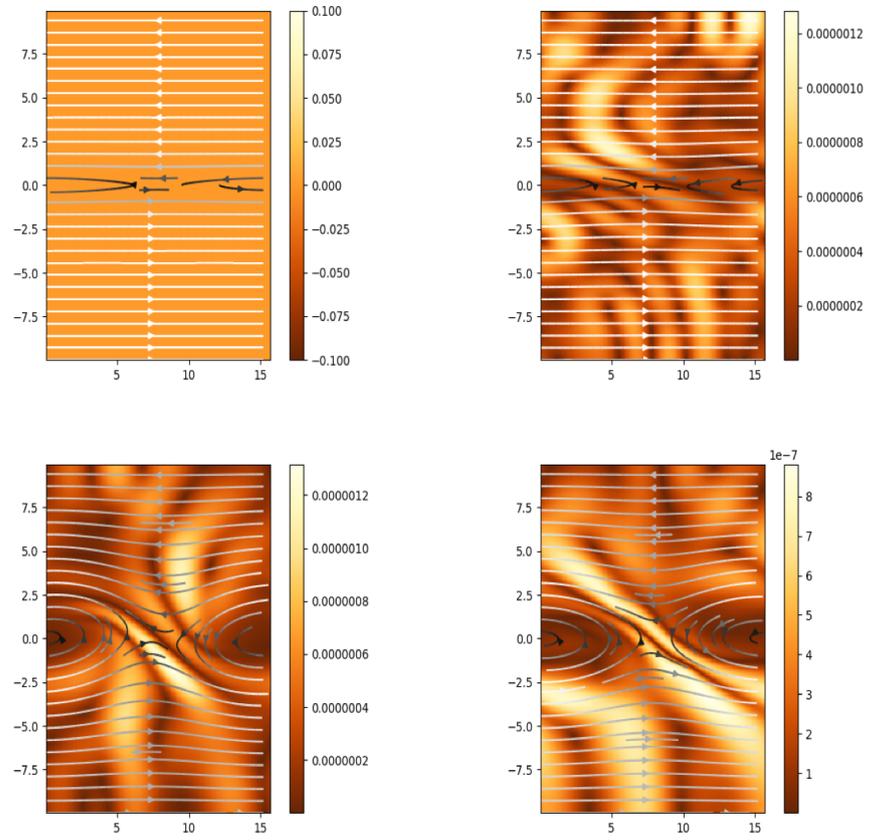


図 3: 磁場揺動のみ・基準スケールにおける B_t 空間分布と速度流線。

(左上から、 $t = 1, 50, 100, 150$ 。)

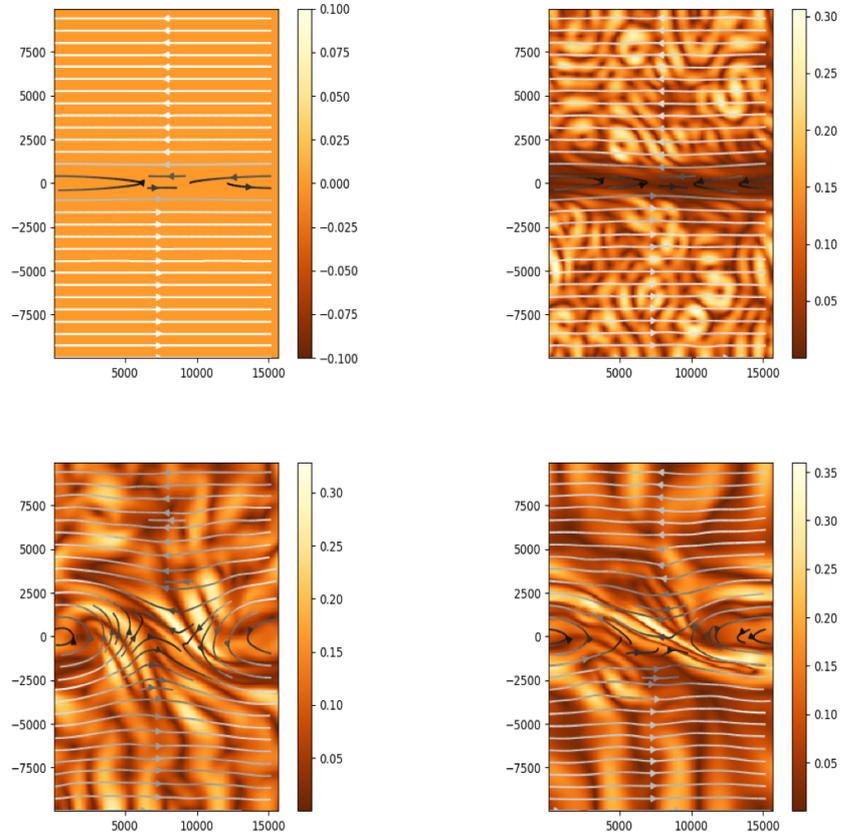


図 4: 磁場揺動のみ $\cdot 10^3$ 倍スケールにおける B_t 空間分布と速度流線。

(左上から、 $t = 1, 50, 100, 150$ 。)

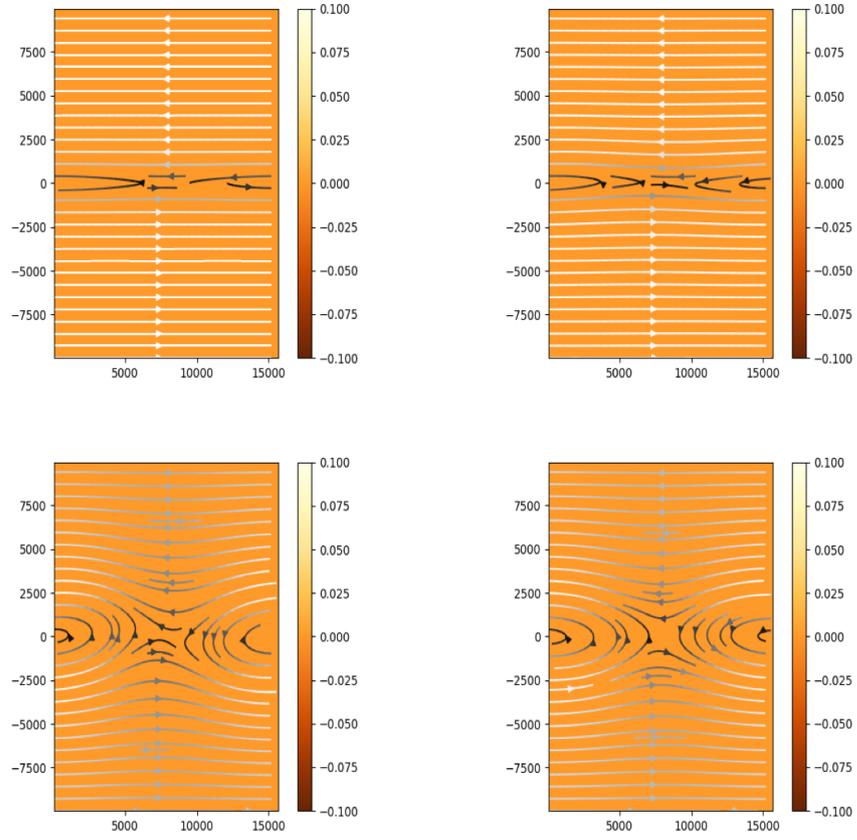


図 5: 磁場揺動のみ・ 10^3 倍スケールにおける B_t 空間分布と速度流線。カイラル磁気効果は考慮していない。

(左上から、 $t = 1, 50, 100, 150$ 。)

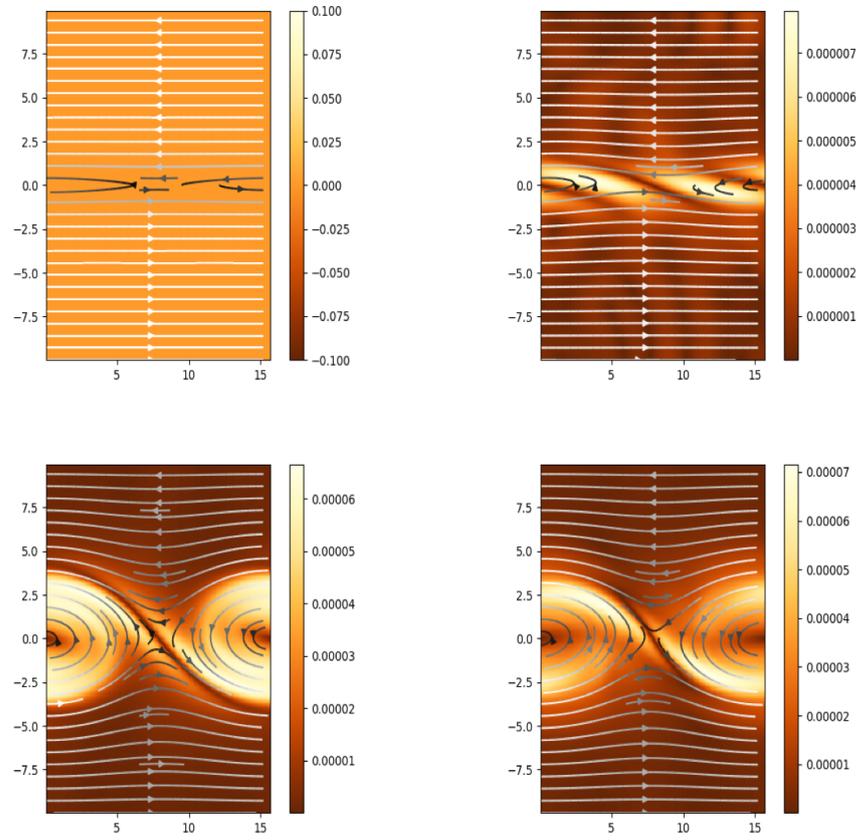


図 6: 磁場あり・基準スケールにおける B_t 空間分布と速度流線。

(左上から、 $t = 1, 50, 100, 150$ 。)

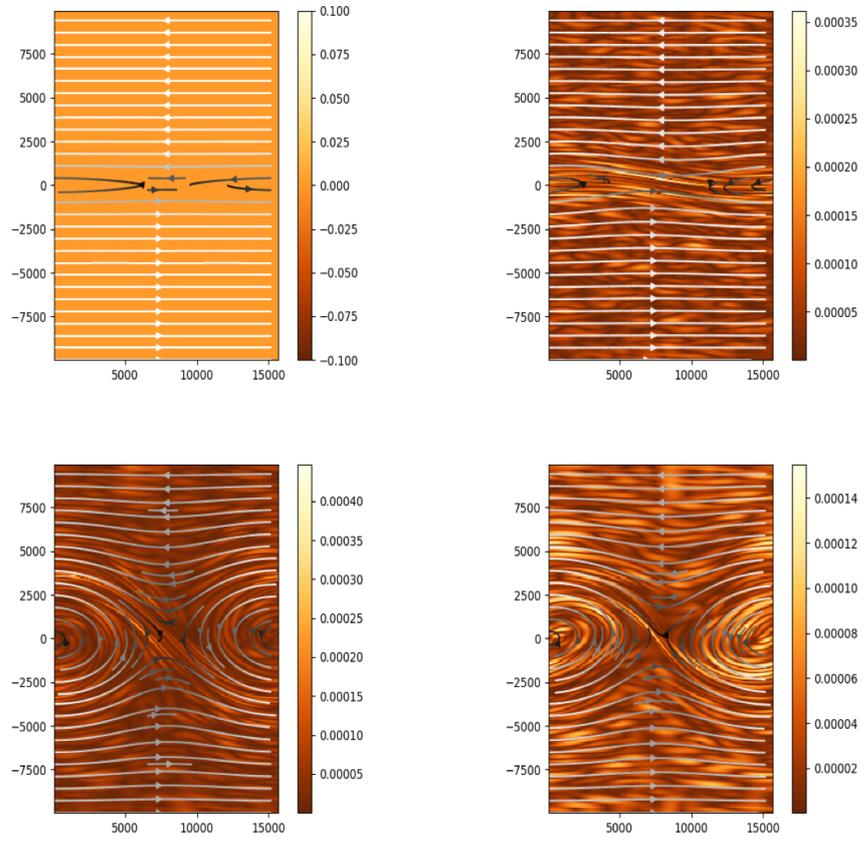


図 7: 磁場あり・ 10^3 倍スケールにおける B_t 空間分布と速度流線。

(左上から、 $t = 1, 50, 100, 150$ 。)

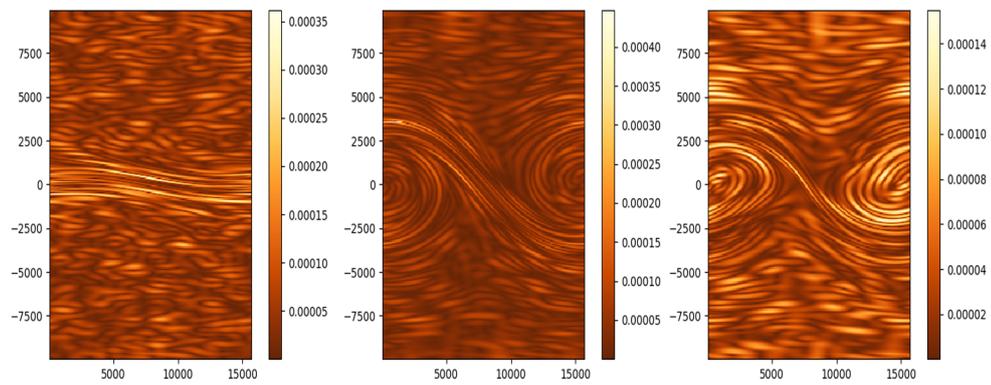


図 8: 磁場あり・ 10^3 倍スケールにおける B_t 空間分布。

(左から、 $t = 50, 100, 150$ 。)

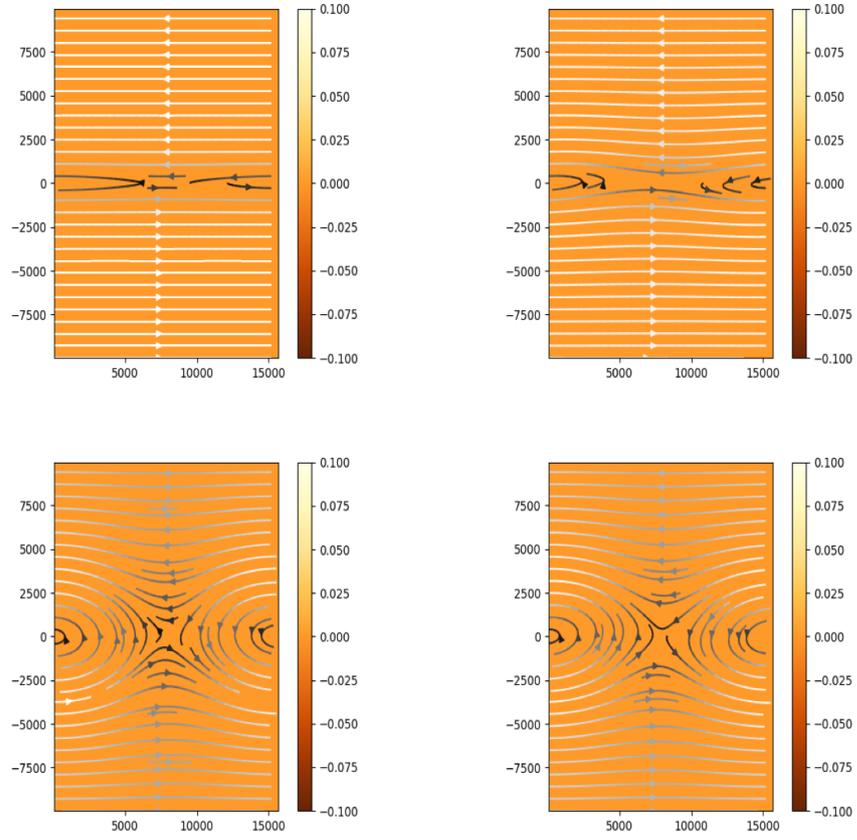


図 9: 磁場あり・ 10^3 倍スケールにおける B_t 空間分布と速度流線。カイラル磁気効果は考慮していない。

(左上から、 $t = 1, 50, 100, 150$ 。)

5 考察

5.1 エネルギー変換過程

カイラル MHD は右・左巻き粒子数差によるエネルギー浴（カイラルエネルギー浴）と接する開放系であり、そのエネルギーは磁気エネルギーを經由して、運動エネルギー、熱エネルギーに分配される (図 10)。カイラル MHD 方程式 (34)、(36)、(37)、(49)、(50)、(51)、(52) から、運動エネルギー密度 E_K 、磁気エネルギー密度 E_M 、熱エネルギー密度 E_T の時間変化を求めると、以下ようになる。

$$\frac{\partial E_K}{\partial t} + \nabla \cdot (E_K \mathbf{V}) = -\mathbf{V} \cdot \nabla p + \mathbf{V} \cdot (\mathbf{J} \times \mathbf{B}), \quad (66)$$

$$\frac{\partial E_M}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) = -\mathbf{V} \cdot (\mathbf{J} \times \mathbf{B}) - \eta |\mathbf{J}_{MHD}|^2 - \mathbf{E} \cdot \mathbf{J}_{CME}, \quad (67)$$

$$\frac{\partial E_T}{\partial t} + \nabla \cdot ((E_T + p)\mathbf{V}) = \mathbf{V} \cdot \nabla p + \eta |\mathbf{J}_{MHD}|^2. \quad (68)$$

ただし、各エネルギー密度は以下のものとした。

$$\begin{aligned} E_K &= \frac{1}{2} \rho V^2, \\ E_M &= \frac{1}{2} B^2, \\ E_T &= \frac{p}{\Gamma - 1}. \end{aligned}$$

磁気エネルギー密度のエネルギー変換率 (空間平均) と時刻の 1 次元プロットを図 11 に示す。空間平均を取るため、上式それぞれの計算にあたり左辺第二項は無視できる。図の配置は

- (左上) : 磁場揺動のみ・基準スケール、
- (左中) : 磁場揺動のみ・ 10^3 倍スケール、
- (左下) : 磁場揺動のみ・ 10^3 倍スケール・抵抗性 MHD、
- (右上) : 磁場あり・基準スケール、
- (右中) : 磁場あり・ 10^3 倍スケール、
- (右下) : 磁場あり・ 10^3 倍スケール・抵抗性 MHD

とした。

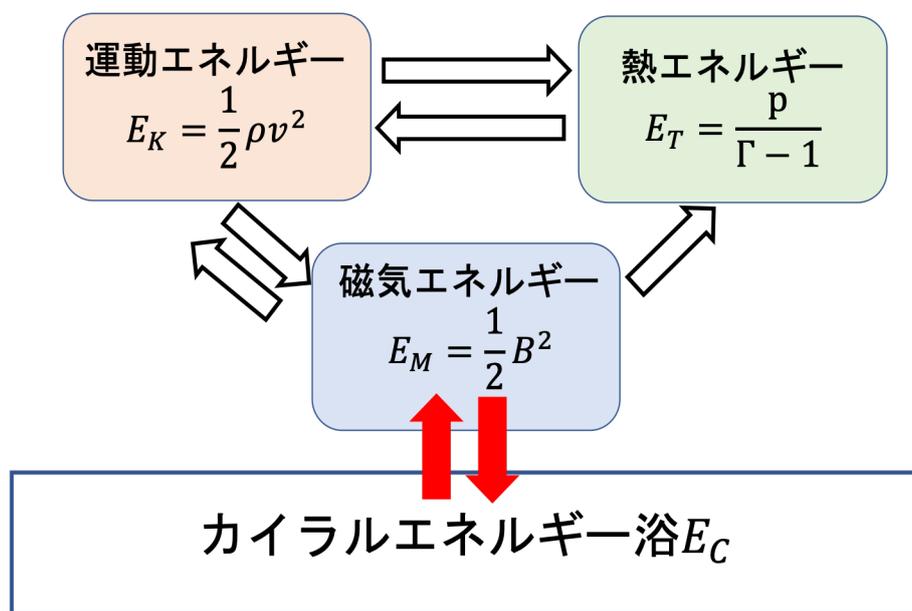


図 10: 磁気エネルギー、運動エネルギー、熱エネルギー、カイラルエネルギー浴のエネルギー変換。

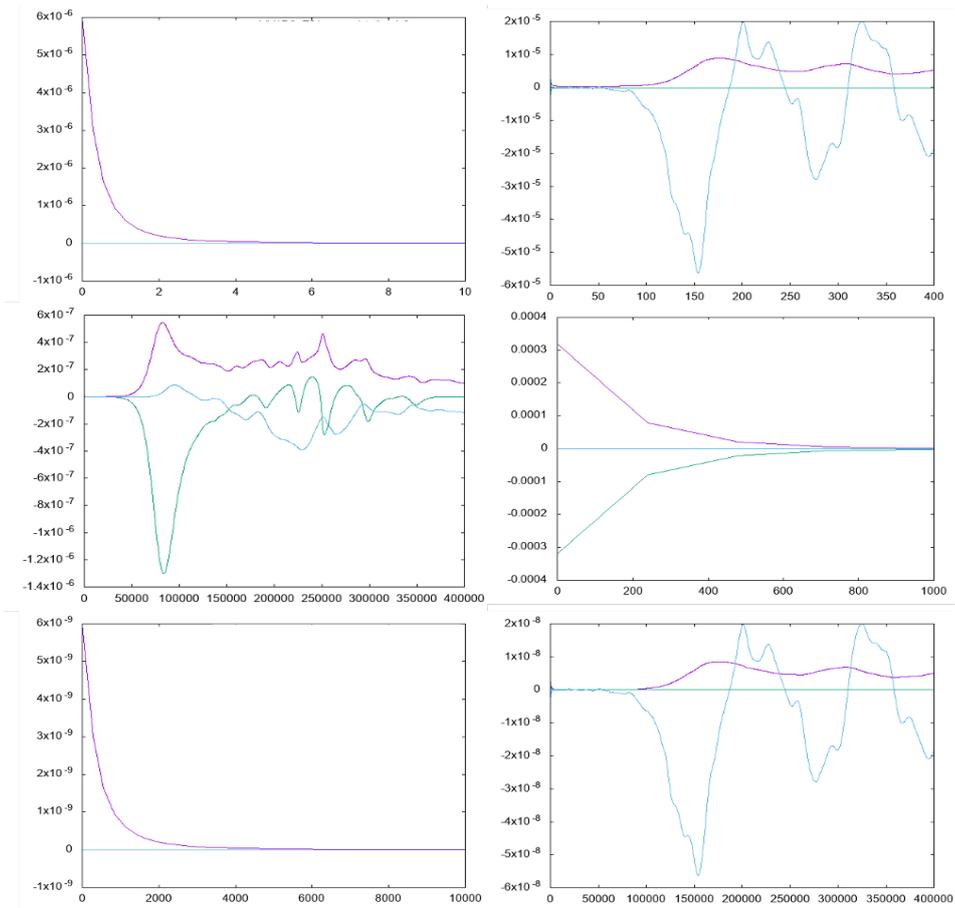


図 11: 磁気エネルギーに関わる変換と時刻の 1 次元プロット。

(ラインの色は、(紫) : $E_{M \rightarrow T}$ 、(緑) : $E_{M \rightarrow C}$ 、(水色) : $E_{M \rightarrow K}$ を表す。)

図 11 のラインの色について、磁気エネルギーから熱エネルギーへの変換率 $E_{M \rightarrow T}$ を紫色、磁気エネルギーからカイラルエネルギー浴への変換率 $E_{M \rightarrow C}$ を緑色、磁気エネルギーから運動エネルギーへの変換率 $E_{M \rightarrow K}$ を水色とした。

これらのエネルギー変換率

$$E_{M \rightarrow K} = \mathbf{V} \cdot (\mathbf{J} \times \mathbf{B}),$$

$$E_{M \rightarrow T} = \eta |\mathbf{J}_{MHD}|^2,$$

$$E_{M \rightarrow C} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{J}_{CME}$$

について説明する。

$E_{M \rightarrow K}$ は、ローレンツ力 $\mathbf{J} \times \mathbf{B}$ のなす仕事であり、曲がった磁力線を引き伸ばす効果がある。これにより曲がった磁力線に蓄えられていた磁気張力 (磁気エネルギー) が運動量 (運動エネルギー) に変換される (図 12)。

$E_{M \rightarrow T}$ は、磁場によって作られる電流のうち、 \mathbf{J}_{MHD} と電気抵抗率 η

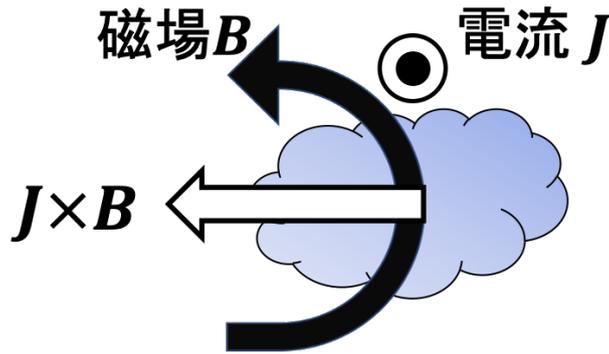


図 12: 磁気エネルギーと運動エネルギーの変換のイメージ。曲がった磁力線を引き伸ばす効果。

によって発生するジュール化熱である。

$E_{M \rightarrow C}$ は、エネルギー変換の式 (66)(67)(68) で唯一カイラル磁気効果 $\mathbf{J}_{CME} = \xi \mathbf{B}$ による直接的なエネルギー変換であり、右巻き電子数と左巻き電子数の差 n_A が生み出すエネルギー変換であると言える。

図 11 から、カイラルエネルギー浴とのエネルギー変換量が比較的多い (左中) : 磁場揺動のみ $\cdot 10^3$ 倍スケールに注目する。 $E_{M \rightarrow C} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{J}_{CME}$ (図 10 の赤矢印) の空間分布を図 13 に示す。

KHI によって発展する渦が速度シアを引き伸ばし、伸ばされた領域での

カイラルエネルギー浴から磁気エネルギーへの変換が特に大きいことがわかる。

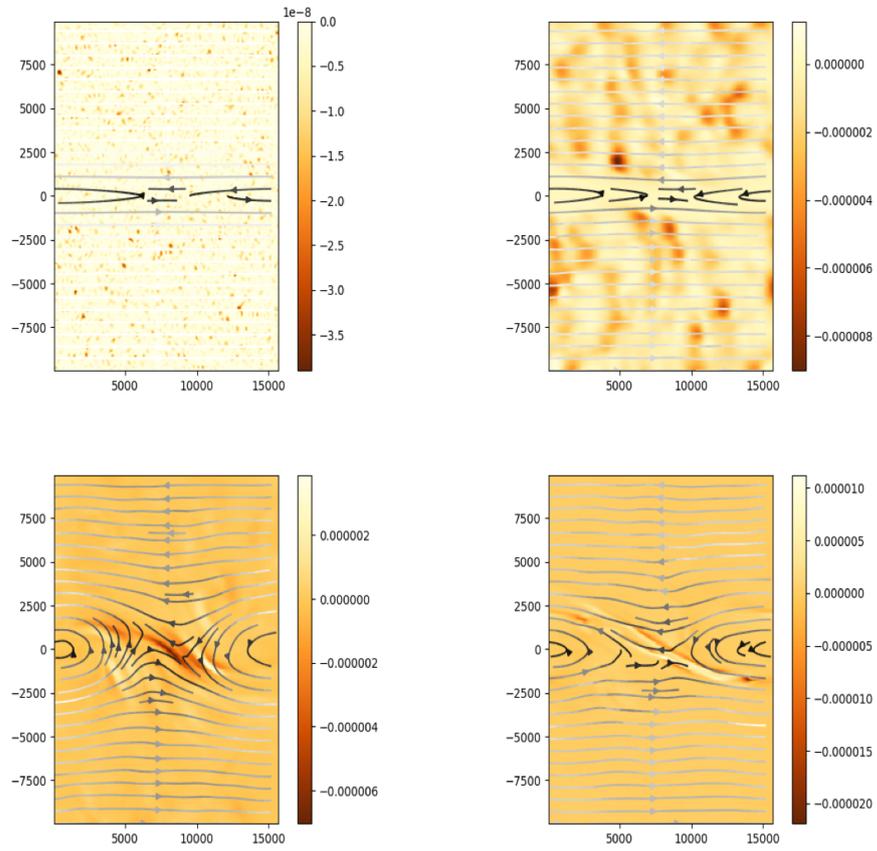


図 13: 磁場揺動のみ・ 10^3 倍スケールにおける $E_{M \rightarrow C}$ 空間分布と速度流線。

(左上から、 $t = 1, 50, 100, 150$ 。)

6 結論

MHD シミュレーションにおいて、近年注目されているカイラル MHD 方程式を基礎方程式とした数値シミュレーションを行い、その基礎的な性質を考察した。基本的な流体现象である KHI が起こる条件で、カイラル磁気流体の振る舞いをシミュレーションした。従来の MHD では垂直磁場のみから平面内磁場成分は生じないが、カイラル MHD では平面内磁場が生成されることを確認した。特に平面内磁場の構造は、垂直磁場強度に依存することを明らかにした。垂直磁場が弱い場合、CPI により低波数成分が卓越した平面内磁場が生成され、KHI の流れによって平面内磁場が引き伸ばされた。一方、揺動磁場に比べ強い垂直磁場が存在する場合、CPI とは異なる高波数成分が卓越し、KHI の流れと相互作用して非常に細かい構造を形成することを見出した。さらに、カイラル MHD は右・左巻き粒子数差によるエネルギー浴 (カイラルエネルギー浴) と接する開放系であり、磁気エネルギーを経由してエネルギーを獲得していることがわかった。

参考文献

- [1] D.E.Kharzeev et al. (2016), 「Chiral magnetic and vortical effects in high-energy nuclear collisions—A status report」, *Publ.Progress in Particle and Nuclear Physics* Volume 88, May 2016, Pages 1-28
doi: 10.1016/j.pnnp.2016.01.001
- [2] M. Joyce et al. (1997), 「Primordial Magnetic Fields, Right Electrons, and the Abelian Anomaly」, *Publ. Phys. Rev. Lett.* 79, 1193,
doi: doi.org/10.1103/PhysRevLett.79.1193
- [3] N. Yamamoto,(2016), 「Chiral transport of neutrinos in supernovae: Neutrino-induced fluid helicity and helical plasma instability」, *Publ.Phys. Rev. D* 93, 065017, doi: 10.1103/PhysRevD.93.065017
- [4] H. B. Nielsen et al. (1983), 「Adler-bell-jackiw Anomaly And Weyl Fermions In Crystal」, *Publ. Phys.Lett.* 130B (1983) 389-396, doi: 10.1016/0370-2693(83)91529-0
- [5] Boyarsky et al. (2015), 「Magnetohydrodynamics of chiral relativistic fluids」, *Publ.Phys. Rev. D* 92, 043004, doi: 10.1103/PhysRevD.92.043004
- [6] kojima et al. (2019), 「The growth of chiral magnetic instability in a large-scale magnetic field」, *Publ. Progress of Theoretical and Experimental Physics*, Volume 2019, Issue 4, April 2019, 043E01,
doi: 10.1093/ptep/ptz027
- [7] Youhei Masada et al. (2018), 「Chiral magnetohydrodynamic turbulence in core-collapse supernovae」, *Publ.Phys. Rev. D* 98, 083018,
doi: 10.1103/PhysRevD.98.083018
- [8] Alexander Vilenkin, (1980) , 「Equilibrium parity-violating current in a magnetic field」, *Publ.Phys. Rev. D* 22, 3080 , doi: 10.1103/PhysRevD.22.3080
- [9] D. T. Son et al. (2009), 「Hydrodynamics with Triangle Anomalies」, *Publ.Phys. Rev. Lett.* 103, 191601 , doi: 10.1103/PhysRevLett.103.191601

- [10] K. Landsteiner et al. (2011), 「Gravitational Anomaly and Transport Phenomena」, Publ. Phys. Rev. Lett. 107, 021601, doi: 10.1103/PhysRevLett.107.021601
- [11] Y. Neiman et al. (2011), 「Relativistic hydrodynamics with general anomalous charges」, Publ. J. High Energ. Phys. 2011, 23, doi: 10.1007/JHEP03(2011)023
- [12] 宮本 健郎 (2004) 「プラズマ物理・核融合」財団法人 東京大学出版会
- [13] Akamatsu et al. (2013), 「Chiral Plasma Instabilities」, Publ.Phys. Rev. Lett. 111, 052002, doi: doi.org/10.1103/PhysRevLett.111.052002
- [14] Matsumoto et al. (2019), 「Magnetohydrodynamic Simulation Code CANS+: Assessments and Applications」, Publ. Astron. Soc. Japan, doi:10.1093/pasj/psz064
- [15] Miyoshi et al. (2005), 「A multi-state HLL approximate Riemann solver for ideal magnetohydrodynamics」 Publ. Journal of Computational Physics, Volume 208, Issue 1, p. 315-344. doi:10.1016/j.jcp.2005.02.017
- [16] Suresh et al. (1997), 「Accurate Monotonicity-Preserving Schemes with Runge Kutta Time Stepping」, Publ. Journal of Computational Physics, Volume 136, Issue 1, p. 83-99. doi:10.1006/jcph.1997.5745
- [17] Miura. A et al. (1978), 「Theory of vortex nutation and amplitude oscillation in an inviscid shear instability」, Publ. Journal of Fluid Mechanics, vol. 86, May 15, 1978, p. 33-47, doi: 10.1017/S0022112078000993

謝辞

本論文の作成にあたって、たくさんの先生方・学生の皆さんに大変お世話になりました。三好助教には研究活動のみならず、生活に関する心意気等、本当に幅広くお世話になりました。本間助教には研究活動は税金を使わせてもらっていることを自覚すべきという言葉をいただきました。志垣教授には研究活動ももちろんですが、とっても美味しいコーヒーを研究室に設置していただき、日頃の研究活動のクォリティを格段に上げてくださいました。また、広島大学だけではなく、福岡大学の松本仁先生や、千葉大学の松本洋介先生にもお世話になりました。